

АНАЛИЗ РЕФРАКЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -РАССЕЯНИИ
НА ОСНОВЕ S-МАТРИЧНОГО ПОДХОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

© А.С.Молев, В.Ю.Корда, Л.П.Корда*

НТЦ электрофизической обработки НАН Украины, Харьков, Украина

* ННЦ “Харьковский физико-технический институт”, Харьков, Украина

Показано, что сложное рефракционное поведение дифференциального сечения упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при энергии 350 МэВ правильно описывается на основе предложенной девятипараметрической S-матричной модели с использованием генетического алгоритма. Получен модуль матрицы рассеяния, имеющий немонотонную зависимость от орбитального момента из-за наличия небольшого максимума в области малых моментов.

Дифференциальное сечение упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при энергии $E = 350$ МэВ характеризуется сложной рефракционной картиной радужного типа, наблюдаемой при достаточно больших углах рассеяния [1, 2]. Использование при анализе этого сечения стандартных форм оптического потенциала [1–3] и простой S-матричной модели [4] не позволяет получить количественное описание имеющихся экспериментальных данных. Такое описание становится возможным, если усложнить используемые оптические потенциалы или модельные представления матрицы рассеяния. Так, в [2, 5] анализ данных в диапазоне углов $\theta = 3 - 73^\circ$ проведен на основе оптического потенциала с действительной частью в форме квадрата вудс-саксоновской функции и мнимой частью, являющейся комбинацией квадратичного вудс-саксоновского потенциала и производной от него, а также с помощью оптического потенциала, мнимая часть которого выбиралась в вудс-саксоновской форме, а действительная часть – в виде сплайн-функции с десятью параметрами. Дифференциальное сечение $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ анализировалось также в рамках фолдинг-модели с зависящим от плотности эффективным нуклон-нуклонным взаимодействием [5, 6].

При использовании S-матричного подхода измеренное сечение рассеяния ядер ^{16}O удалось корректно описать на основе параметризации матрицы рассеяния [4] с учетом влияния полюса Редже вблизи действительной оси в комплексной плоскости орбитального момента (десятипараметрическая модель). Наряду с этим рассматриваемое сечение анализировалось с помощью безмодельного определения матрицы рассеяния [7, 8], с использованием которого вычислялся соответствующий оптический потенциал. Отметим, что в [7] были получены осциллирующая матрица рассеяния и оптический потенциал.

Указанные выше неоднозначности в интерпретации имеющихся экспериментальных данных для дифференциального сечения упругого ^{16}O - ^{16}O -рассеяния при $E = 350$ МэВ обеспечивают неослабевающий интерес к этому случаю рассеяния ядер ^{16}O . В настоящей работе анализ сложного рефракционного поведения данного сечения выполнен на основе шестипараметрической S-матричной модели [9] и предложенного девятипараметрического обобщения этой модели с использованием генетического алгоритма [10] для фитирования экспериментальных данных.

Анализ сечения упругого ^{16}O - ^{16}O -рассеяния при $E = 350$ МэВ начнем с использования следующего модельного представления матрицы рассеяния в пространстве моментов [9]:

$$S(L) = \eta(L) \exp(2i[\delta_1(L) + \sigma_c(L)]), \quad \eta(L) = \exp(-2\delta_0(L)), \quad (1)$$

$$2\delta_j(L) = \xi_j [2L\Delta_j F(L, L_j, \Delta_j) + \Delta_j^2 F^2(L, L_j, \Delta_j)]^{1/2} f^{j+1}(L, L_j, \Delta_j), \quad j = 0, 1, \quad (2)$$

$$F(L, L_j, \Delta_j) = -f^{-1}(L, L_j, \Delta_j) \ln(1 - f(L, L_j, \Delta_j)), \quad (3)$$

$$f(L, L_j, \Delta_j) = \left[1 + \exp\left(\frac{L - L_j}{\Delta_j}\right) \right]^{-1}, \quad (4)$$

где параметр ξ_j характеризует интенсивность поглощения ($j = 0$) или ядерного преломления ($j = 1$), а параметры L_j и Δ_j – соответственно линейные размеры и размытие области поглощения ($j = 0$) или ядерного преломления ($j = 1$), $\sigma_c(L)$ –

фаза кулоновского рассеяния, в качестве которой выберем квазиклассическую фазу [11] рассеяния точечного заряда на однородно заряженной сфере с радиусом $R_c = 0,95 \cdot 2 \cdot 16^{1/3}$ (такая фаза при указанном значении приведенного радиуса соответствует фазе рассеяния двух однородно заряженных сфер [12]).

Из (1) – (4) следует, что пространство параметров задачи является высоко-размерным (необходимо варьировать шесть параметров), сильно нелинейным и имеет неизвестную и непредсказуемую топографию (поверхность χ^2 очень сложна).

Генетический алгоритм (ГА) оказывается именно тем подходом, который эффективно работает в пространствах параметров высокой сложности [13–15]. С помощью ГА оптимизационная задача рассматривается как отбор наиболее подходящих наборов оптимизируемых параметров. Однако ГА не просто использует дарвиновскую идею биологической эволюции посредством естественного отбора, он даже копирует детали механизмов, на основе которых эта эволюция осуществляется: мутация и наследственность. Следуя биологическому аналогу, ГА включает мутацию и наследственность таким способом, который легко адаптируется для решения практически любой оптимизационной задачи [16, 17].

Схема используемого ГА выглядит следующим образом. Каждый оптимизируемый параметр представляется шестнадцатибитным машинным словом (геном), в связи с чем область определения параметра разбивается на 2^{16} частей, что обычно гарантирует необходимую точность [10]. Набор генов, представляющих оптимизируемые параметры, называют геномом (особью). Селективное качество особи называют приспособленностью. При фитировании дифференциального сечения рассеяния следует учитывать, что, чем меньше значение χ^2 , тем выше приспособленность данной особи. Популяция состоит из фиксированного числа особей. Эволюция начинается с начальной популяции, заполненной особями со случайными геномами. Для каждой особи вычисляется значение функции χ^2 и оценивается степень ее приспособленности. Две особи (родители) выбираются случайно в соответствии с их приспособленностями для производства потомков. В процессе спаривания родителей применяются два основных оператора ГА: мутация и кроссовер. Мутация означает инверсию битов генов, а кроссовер – обмен комплементарными порциями

бит между потомками. После репликации потомки тестируются и приобретают селективное качество. Если качество данного потомка лучше, чем у самой худшей особи в популяции, то потомок занимает место этой особи с целью сохранения размера популяции. Затем выбирается следующая пара родителей и т. д. Алгоритм останавливается, когда среднеквадратичное отклонение функции χ^2 в популяции становится меньше заданного значения (обычно 10^{-10}), так что не следует ожидать дальнейшего улучшения результатов фитирования.

Используя описанный генетический алгоритм, мы провели фитирование дифференциального сечения упругого $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ с помощью параметризации матрицы рассеяния (1) – (4). При расчетах использовалась амплитуда упругого рассеяния в виде разложения по полиномам Лежандра, симметризованная для рассеяния одинаковых ядер. Результаты расчетов приведены на рис. 1, а (штриховая кривая), а полученные при этом значения параметров матрицы рассеяния представлены в таблице вместе со значением полного сечения реакций σ_r и величиной χ^2 (набор 1). Как видно, рассчитанное сечение $\sigma(\theta)$ в основном хорошо воспроизводит экспериментально измеренное, корректно описывая различные детали его сложной структуры за исключением минимума около $\theta = 44^\circ$ и следующего за ним максимума вблизи $\theta = 50^\circ$. Из-за достаточно сильного поглощения в области малых L (модуль S -матрицы $\eta(L)$ для парциальных волн с малыми моментами достигает $2 \cdot 10^{-4}$) ядерная радуга проявляется не в виде отчетливо выраженного широкого “горба”, а как плато в диапазоне углов $\theta = 44 - 54^\circ$. Это обстоятельство позволяет предположить, что для правильного описания эффекта ядерной радуги следует модифицировать поглощение при малых моментах таким образом, чтобы оно позволило сохраниться радужному “горбу”. Для этого будем использовать в качестве ответственной за поглощение фазы рассеяния функцию (2) вместе с добавкой

$$2\delta_0^{(a)}(L) = \xi_2 [2L\Delta_2 F(L, L_2, \Delta_2) + \Delta_2^2 F^2(L, L_2, \Delta_2)]^{1/2} \frac{d}{dL} f(L, L_2, \Delta_2), \quad (5)$$

имеющей форму, подобную производной от $2\delta_0(L)$. Физический смысл параметров ξ_2 , L_2 и Δ_2 такой же, как и в (2).

Отметим, что добавка к мнимой части потенциала, выбираемая в виде производной от квадрата вудс-саксоновской функции (см. [2, 18]), соответствует в высокоэнергетическом приближении фазе рассеяния, которая имеет ту же форму, что и фаза (5).

На рис. 1, а, б приведены результаты расчетов дифференциального сечения рассеяния ядер ^{16}O с помощью формул (1) – (5) на основе используемого генетического алгоритма. Найденные значения параметров указаны в таблице (наборы 2 – 4). Расчет сплошной кривой на рис. 1, а выполнен с помощью набора 2 из таблицы. Из рис. 1, а, б видно, что предложенная девятипараметрическая S-матричная модель позволяет получить хорошее согласие рассчитанного сечения с измеренным и при этом корректно воспроизвести все детали картины радужного рассеяния в области достаточно больших углов, включая минимум при $\theta = 44^\circ$ и максимум при $\theta = 50^\circ$. Однако анализ экспериментальных данных в рассмотренном диапазоне углов все же не дает возможность достаточно надежно определить параметры матрицы рассеяния, о чем свидетельствуют различия полученных сечений (кривые 1 – 3 на рис. 1, б) в области больших θ , где отсутствуют экспериментальные данные. Для дальнейшего выяснения скорости убывания сечения при $\theta \geq 70^\circ$ нужно провести анализ данных в более широкой области углов.

На рис. 2 представлены результаты разложения дифференциального сечения, найденного на основе девятипараметрической модели (сплошная кривая на рис. 1, а) на ближний и дальний компоненты с помощью процедуры [19]. В этом случае рассчитанные сечения не симметризовались для рассеяния одинаковых ядер. При углах $\theta > 25^\circ$ анализируемое сечение $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния полностью воспроизводится как его дальним компонентом, так и рефракционной составляющей этого компонента, полученной по методу [9].

Таким образом, ядерная радуга является эффектом, присутствующим в рефракционной составляющей дальнего компонента дифференциального сечения. Ре-

зультаты проведенного анализа подтверждают интерпретацию максимума рассматриваемого сечения при $\theta = 50^\circ$ как основной дуги ядерной радуги.

На рис. 3 представлены рассчитанные для различных S-матричных моделей модуль матрицы рассеяния $\eta(L)$ и функция отклонения $\Theta(L) = d[2\delta_1(L) + 2\sigma_c(L)]/dL$. Модуль $\eta(L)$, полученный в предложенной девятипараметрической модели с использованием набора 2 из таблицы (кривая 1 на рис. 3, а), имеет немонотонную зависимость от L в области малых моментов из-за небольшого “горба” вблизи $L = 8,0$. Наличие такого “горба” в $\eta(L)$ является важным для правильного описания эффекта ядерной радуги в упругом $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ, в частности позволяет согласовать рассчитанное и измеренное сечения в области, где находятся радужные максимум ($\theta = 50^\circ$) и минимум ($\theta = 44^\circ$).

Как видно из рис. 3, б, функции отклонения, рассчитанные с помощью наборов 1 и 2 из таблицы (кривые 2 и 1 соответственно), близки друг к другу, а углы ядерной радуги, отвечающие минимумам этих функций, равны 64 и 62° .

Следует отметить, что модуль матрицы рассеяния и функция отклонения в девятипараметрической модели (кривые 1 на рис. 3, а, б) заметно отличаются от найденных на основе десятипараметрической S-матричной модели [4] с учетом полюсного фактора (кривые 3 на рис. 3, а, б). Модули $\eta(L)$, полученные в рамках этих моделей, практически не отличаются только в периферийной области моментов $L \geq 52$ (граничный момент сильного поглощения, определенный из соотношения $1 - \eta^2(L_{sa}) = 0,5$ с использованием (1), (2) и набора 2 из таблицы, равен $L_{sa} = 53,6$). Как видно из рис. 3, а, при $L \leq 45$ характер поглощения в обеих моделях различный. Между функциями отклонения, рассчитанными на основе рассматриваемых моделей (кривые 1 и 3 на рис. 3, б), имеются значительные отличия при $L \leq 43$.

Вертикальной стрелкой на рис. 3, а показано значение момента $L_a = 7,5$, характеризующего чувствительность одного из найденных дифференциальных сечений (сплошная кривая на рис. 1, а) к связанным с $S(L)$ вкладам парциальных волн, которые определяются моментами $L \leq L_a$. Замена $S(L)$ при $L \leq L_a$ на $S(L) = 0$ не приводит к существенному изменению поведения рассматриваемого сечения.

Таким образом, результаты анализа дифференциального сечения упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ на основе S-матричного подхода с использованием генетического алгоритма показывают, что предложенное девятипараметрическое модельное представление матрицы рассеяния позволяет корректно описать все особенности сложного рефракционного поведения изучаемого сечения. При этом для воспроизведения радужного максимума вблизи 50° и минимума около 44° необходимо участие волн с малыми орбитальными моментами, попадающими в узкую область, где поглощение незначительно увеличивается с возрастанием L .

Настоящая работа выполнена при поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины, проект № 02.07/372.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stiliaris E. et al. // Phys. Lett. B. 1989. V. 223. P. 291.
2. Brandan M. E., Satchler G.R. // Phys. Lett. B. 1991. V. 256. P. 311.
3. Kondo Y., Michel F., Reidemeister G. // Phys. Lett. B. 1990. V. 242. P. 340.
4. Pilipenko V.V. // Mod. Phys. Lett. A. 1998. V. 13. P. 211.
5. Brandan M. E., McVoy K. W., Satchler G.R. // Phys. Lett. B. 1992. V. 281. P. 185.
6. Dao Khoa T. et al. // Nucl. Phys. A. 2000. V. 672. P. 387.
7. Allen L.J. et al. // Phys. Lett. B. 1993. V. 298. P. 36.
8. Cooper S.G., Mackintosh R.S. // Nucl. Phys. A. 1994. V. 576. P. 308.
9. Молев А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 1995. Т. 59. № 1. С. 96.
10. Korda V.Yu., Shlyakhov N.A. // ВАНТ. Сер. Ядерно-физич. исследования. 2000. № 2. С. 224.
11. Berezhnoy Yu. A., Pilipenko V.V. // Mod. Phys. Lett. A. 1995. V. 10. P. 2305.
12. Brandan M. E., Satchler G.R. // Nucl. Phys. A. 1988. V. 487. P. 477.
13. Holland J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975. 265 p.
14. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. N. Y.: Addison-Wesley, 1989. 351p.
15. Michalewicz Z. Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 284 p.
16. Michaelian K. // Revista Mexicana de Fisica. 1996. V. 42 (suppl. 1). P. 203.
17. Winkler C., Hofmann H.M. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 684.
18. von Oertzen W. et al. // ЯФ. 2002. Т. 65. С. 710.
19. Fuller R.C. // Phys. Rev. C. 1975. V. 12. P. 1561.

Таблица

Параметры расчетов сечения упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ

Параметр	Набор			
	1	2	3	4
L_0	43,960	43,042	43,064	43,133
Δ_0	5,373	5,672	5,666	5,565
ξ_0	0,1930	0,1901	0,1900	0,1961
L_1	33,800	32,247	32,269	33,166
Δ_1	11,000	11,697	11,697	11,103
ξ_1	1,230	1,296	1,297	1,249
L_2	–	8,110	7,108	6,867
Δ_2	–	2,190	2,544	3,000
ξ_2	–	1,346	1,360	1,333
$\sigma_r, \text{ мб}$	1657	1659	1659	1653
χ^2	6,7	5,5	5,2	4,7

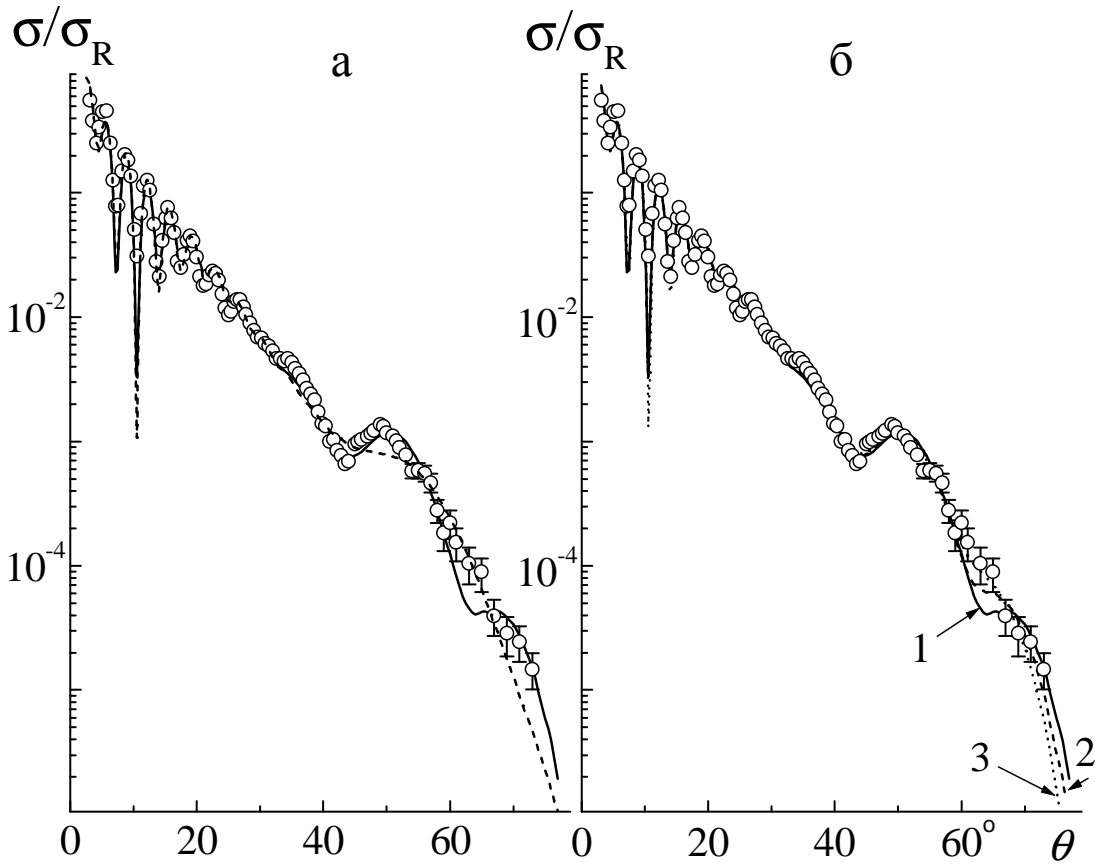


Рис. 1. Отношение дифференциального сечения упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ к резерфордскому: сплошная и штриховая кривые (а) – расчет по девяти- и шестипараметрической S -матричным моделям, кривые 1 – 3 (б) – расчет по девятипараметрической модели с использованием наборов 2 – 4 из таблицы соответственно.

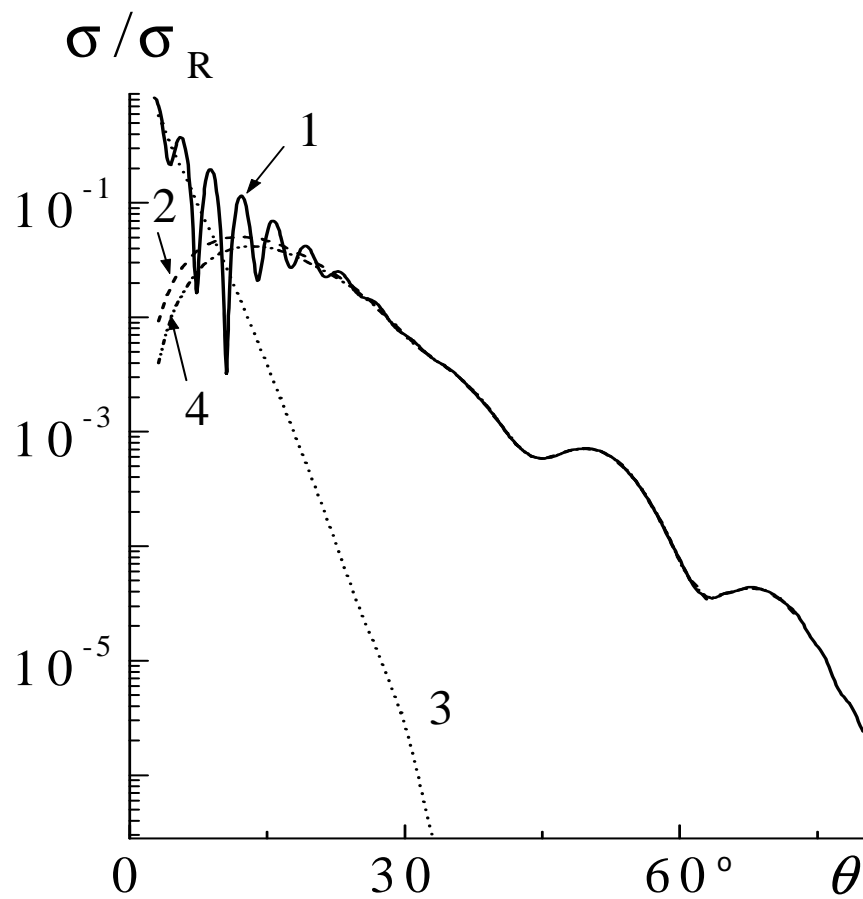


Рис. 2. Отношения дифференциального сечения упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ и его различных компонентов к резерфордовскому: кривая 1 – сечение, рассчитанное по девятипараметрической модели; кривые 2 и 3 – дальний и ближний компоненты соответственно; кривая 4 – рефракционная составляющая дальнего компонента.

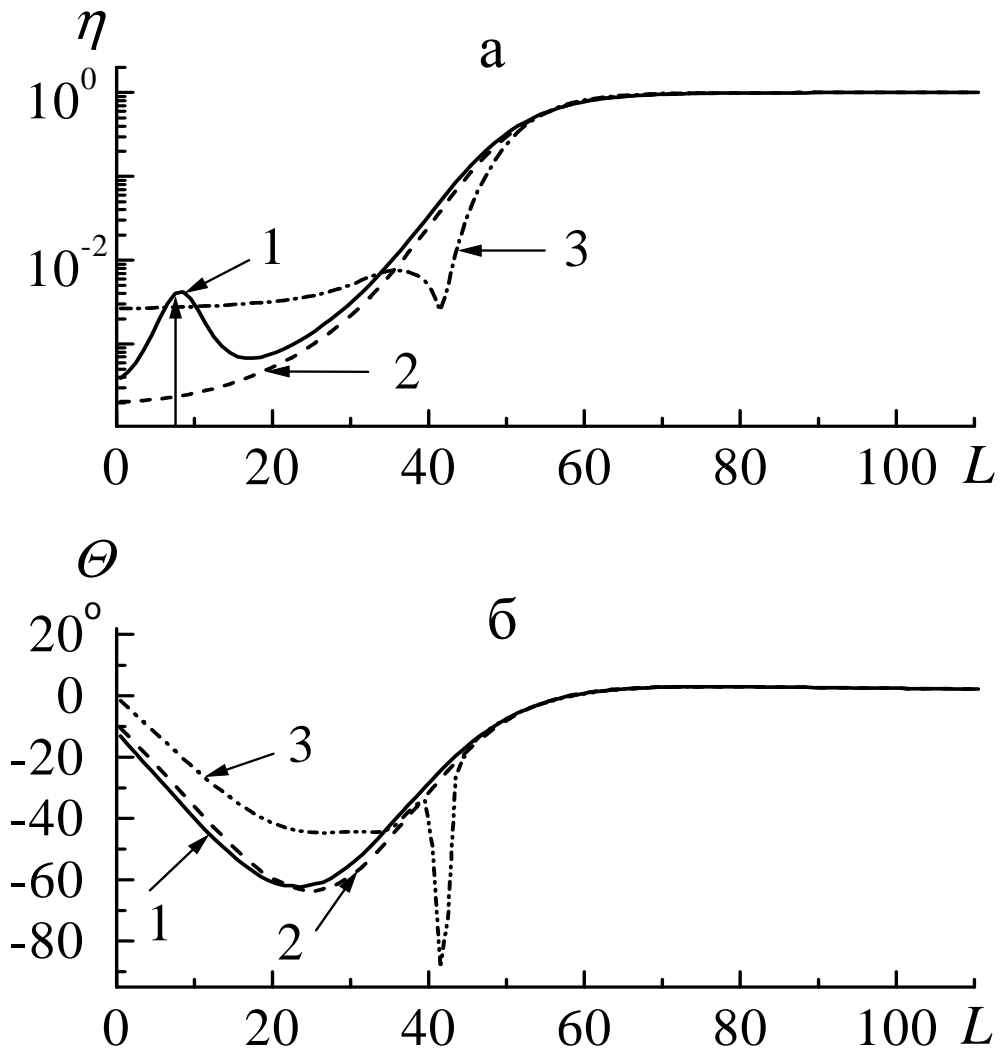


Рис. 3. Модуль матрицы рассеяния (а) и функция отклонения (б) для упругого ^{16}O – ^{16}O -рассеяния при $E = 350$ МэВ. Кривые 1 и 2 – расчет по девяти- и шестипараметрической S-матричным моделям соответственно, кривая 3 – результаты работы [4].