

УДК 539.172

БЕЗМОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГЛОЩАЮЩИХ И ПРЕЛОМЛЯЮЩИХ
СВОЙСТВ ^{16}O – ^{16}O -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ ЭНЕРГИИ 22 – 44 МЭВ/НУКЛОН
С ПОМОЩЬЮ ЭВОЛЮЦИОННОГО АЛГОРИТМА

© В.Ю.Корда, А.С.Молев, Л.П.Корда

НТЦ электрофизической обработки НАН Украины, Харьков, Украина

Предложен безмодельный подход для анализа дифференциальных сечений упругого рассеяния легких ядер промежуточной энергии ядрами, позволяющий извлекать численные зависимости модуля S -матрицы и ядерной фазы от орбитального момента непосредственно из экспериментальных данных с помощью процедуры фитирования сечений, использующей эволюционный алгоритм с плавной деформацией этих зависимостей.

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные и теоретические исследования дифференциальных сечений рассеяния легких ядер с энергией $E \geq 15 - 20$ МэВ/нуклон ядрами по-прежнему привлекают особое внимание физиков, так как анализ таких сечений, содержащих выраженные рефракционные структуры, позволяет получать важную информацию о межъядерном взаимодействии на малых расстояниях (например, [1–3]). Обычно дифференциальные сечения упругого рассеяния легких ядер промежуточной энергии ядрами анализируют с использованием комплексного оптического потенциала или матрицы рассеяния, имеющих конкретную аналитическую форму и небольшое число параметров, значения которых определяются в результате фитирования имеющихся экспериментальных данных. При этом имеется большое разнообразие моделей, приводящих в ряде случаев к различной физической интерпретации наблюдаемых особенностей дифференциальных сечений. Таким образом, актуальной является задача извлечения оптического потенциала или матрицы рассеяния из измеренных сечений с привлечением для этого как можно меньшего числа модельных предположений. Так, качество описания экспериментальных данных можно

улучшить, если выбрать более гибкую форму матрицы рассеяния, чем в традиционных S-матричных моделях. Для этого используются различные начальные формы (выбранные в виде несложных параметризаций или полученные с помощью микроскопических расчетов), модифицированные добавками, представляющими собой разложение в ряд по полному набору функций (см. [4–6]). Действительную часть оптического потенциала также можно выбрать в форме, более общей, чем обычная вудс-саксоновская форма или форма свертки, и допускающей немонотонное поведение. Например, в [7] к потенциалу свертки добавлялся потенциал, полученный с помощью процедуры сплайна. Перечисленные выше подходы оказались весьма успешными при анализе экспериментальных данных, однако их следует считать модельно зависимыми, так как в них используются априорные модельные представления для оптического потенциала или матрицы рассеяния.

В настоящей работе изложен безмодельный подход, в котором численные зависимости модуля S-матрицы и ядерной фазы от орбитального момента извлекаются непосредственно из экспериментальных данных с помощью процедуры фитирования сечений, использующей эволюционный алгоритм с плавной деформацией этих зависимостей. На основе предложенного подхода проанализированы преломляющие и поглощающие свойства ^{16}O – ^{16}O -взаимодействия в области $E = 22 - 44$ МэВ/нуклон.

ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

Матрицу рассеяния в представлении орбитального момента можно записать в виде

$$S_l = \eta_l \exp(2i\delta_l + 2i\sigma_l), \quad (1)$$

где η_l – модуль матрицы рассеяния, δ_l и σ_l – ядерная и кулоновская фазы.

Нами разработан подход, с использованием которого можно извлекать модуль η_l и ядерную фазу δ_l как функции орбитального момента l непосредственно из экспериментальных данных (в качестве кулоновской фазы σ_l выберем квазиклассическую фазу рассеяния точечного заряда на однородно заряженной сфере с ра-

диусом R_C [8], что можно сделать, поскольку мы рассматриваем рассеяние частиц ядрами при достаточно высоких энергиях) без привлечения дополнительных модельных предположений. В нашем подходе величины η_l и δ_l для каждого l рассматриваются как независимые подгоночные параметры. Поэтому пространство параметров вариационной задачи имеет высокую размерность и необходимо выбрать адекватный метод оптимизации. Таким методом является эволюционный алгоритм, применение которого оказалось весьма эффективным при решении различных сложных оптимизационных задач (см., например, [9–12]). Единственным условием, которому должны удовлетворять модуль η_l и фаза δ_l , является требование гладкости их формы. Наряду с этим следует учитывать, что при $E \geq 15 - 20$ МэВ/нуклон число подгоночных параметров, как правило, заметно больше числа экспериментальных точек, поэтому мы разработали специальный оператор мутации с дисперсией. Применяемый нами эволюционный алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Создается начальная популяция из n особей, каждая из которых содержит пару вещественных векторов (η_l, δ_l) размерности l_{max} , где $l = 0, \dots, l_{max} - 1$. Начальные величины η_l и δ_l выбираются в форме

$$\eta_l = \exp(-\mu_a g(L, L_a, \Delta_a)), \quad 2\delta_l = \mu_r \exp\left(-\frac{L^2}{\Delta_r^2}\right), \quad g(L, L_a, \Delta_a) = \left[1 + \exp\left(\frac{L - L_a}{\Delta_a}\right)\right]^{-1}, \quad (2)$$

где $L = l + 1/2$, параметр μ_a определяет интенсивность поглощения, параметры L_a и Δ_a характеризуют размеры области поглощения в пространстве моментов, а параметры μ_r и Δ_r – размеры области преломления и величину ядерной рефракции. Такие формы модуля η_l и ядерной фазы δ_l отвечают условию их плавного изменения с ростом l (см. [13]) и правильно учитывают характер поглощения и преломления при рассеянии легких ядер промежуточной энергии ядрами. Значения параметров $\mu_a, \mu_r, L_a, \Delta_a$ и Δ_r из (2) являются случайными величинами, распределенными по равномерному закону в широких диапазонах. Поэтому выбор начального представ-

ления η_l и δ_l не влияет на конечный результат, получаемый с использованием обсуждаемого алгоритма.

2. Для каждой особи в созданной популяции вычисляется дифференциальное сечение упругого рассеяния и определяется значение χ^2 . При расчетах используется амплитуда упругого рассеяния в виде разложения по полиномам Лежандра. Квадрат модуля этой амплитуды определяет дифференциальное сечение.

3. Случайным образом (в соответствии с величиной χ^2) выбираются две родительские особи, из которых образуются две особи-потомки согласно преобразованию

$$\ln(\eta'_l) = \ln(\eta_l) \left[1 + \frac{0,25aN(0,1)}{1 + \left(\frac{l-l_0}{d}\right)^2} \right], \quad \delta'_l = \delta_l \left[1 + \frac{0,25aN(0,1)}{1 + \left(\frac{l-l_0}{d}\right)^2} \right], \quad (3)$$

где a – амплитуда мутации, $N(0, 1)$ – нормально распределенная одномерная случайная величина с нулевым средним значением и единичным стандартным отклонением, l_0 – случайная точка мутации, d – дисперсия, характеризующая размер области мутации.

Величины l_0 и $N(0, 1)$ генерируются один раз для каждой последовательности величин η и δ . Управляющие параметры a и d изменяются в интервалах $[a_{min}, a_{max}]$ и $[d_{min}, d_{max}]$, задаваемых пользователем. Эти параметры автоматически настраиваются расчетной программой в указанных интервалах. Оператор мутации (3) является нелокальным и, если значения параметров a и d заданы надлежащим образом, преобразованные функции η'_l и δ'_l будут гладкими. Для обеспечения монотонности извлекаемых функций η_l и δ_l вначале находим минимальное значение χ^2_{mon} , когда рассчитанное дифференциальное сечение определяется рассматриваемыми функциями, которые еще сохраняют монотонность. Затем в случае уменьшения величины χ^2 ниже установленного значения χ^2_{mon} при фитировании экспе-

риментальных данных используем дополнительное условие, при котором максимальное изменение значений указанных функций не превышает 10^{-4} .

4. Для каждого потомка вычисляется дифференциальное сечение упругого рассеяния и определяется значение χ^2 .

5. Случайным образом (в соответствии с величиной χ^2) выбираются две погибшие особи в популяции, которые замещаются особями-потомками.

6. Переход к этапу 2.

Стратегия выбора родителей: чем меньше значение χ^2 , тем больше вероятность быть выбранным. Стратегия выбора погибших: чем больше значение χ^2 , тем больше вероятность быть выбранным. Детали процедуры отбора родительских и погибших особей описаны в [14].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Нами проведено безмодельное исследование преломляющих и поглощающих свойств $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ -взаимодействия при $E = 22 - 44$ МэВ/нуклон. Выбор системы $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ связан с тем обстоятельством, что между полученными с использованием различных моделей (феноменологической оптической модели, фолдинг-модели и S-матричной модели с полюсами Редже) модулями S-матрицы и функциями отклонения, характеризующими соответственно поглощающие и преломляющие свойства взаимодействия, имеются заметные различия (см. [15, 16]). Поэтому важно получить новую надежную информацию о матрице рассеяния в рассматриваемых случаях.

Результаты анализа дифференциальных сечений упругого $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350, 480$ и 704 МэВ на основе предложенного подхода приведены на рис. 1–3. Значения управляющих параметров используемого эволюционного алгоритма представлены в таблице вместе с величинами χ^2 и полными сечениями реакций σ_r . Наряду с граничными значениями параметров a и d в таблице указаны их начальные (a_i и d_i) и конечные (a_f и d_f) значения. При расчетах мы использовали $n = 100$, $R_C = 0,95 \cdot 2 \cdot 16^{1/3}$ [21]. Значения параметров представлений (2) изменялись в широких диапазонах: $L_a = 30,0 - 55,0$; $\Delta_a = 4,0 - 14,0$; $\Delta_r = 20,0 - 50,0$; $\mu_a = 4,0 - 10,0$,

$\mu_r = 5,0 - 50,0$, что обеспечивало достаточно разнообразные начальные условия. Количество вычислений χ^2 составляет $1,4 \cdot 10^6$, $3,8 \cdot 10^6$ и $2,0 \cdot 10^6$ для случаев рассеяния при $E = 350, 480$ и 704 МэВ соответственно.

Рассчитанные дифференциальные сечения симметризовались для рассеяния идентичных ядер. Из рис. 2 и 3 видно, что использование разработанного подхода позволяет получить хорошее согласие рассчитанных и измеренных сечений. Как и в [15], фитирование дифференциальных сечений проводилось при стандартной экспериментальной ошибке 10%. Матрица рассеяния (1) для случаев, показанных на рис. 1, *a, в*, характеризуется плавной зависимостью от L , поскольку извлеченные из экспериментальных данных модуль $\eta(L)$ и ядерная фаза $\delta(L)$ являются плавными монотонными функциями L . Граничный момент сильного поглощения L_{sa} , определенный из соотношения $\eta^2(L_{sa}) = 0,5$ с использованием зависимостей $\eta(L)$, приведенных на рис. 1, *a*, принимает значения: $L_{sa} = 58,1; 66,3$ и $76,9$ при $E = 350, 480$ и 704 МэВ соответственно. Функция отклонения $\Theta(L) = 2(\delta_L - \delta_{L-1}) + 2d\delta(L)/dL$ в изученных случаях имеет вид, типичный для случая ядерной радуги (см. рис. 1, *в*). Угол ядерной радуги, отвечающий минимуму $\Theta(L)$, равен $\theta_R = 64; 41$ и 26° при $E = 350, 480$ и 704 МэВ соответственно. Отметим, что найденные углы θ_R при $E = 350$ и 480 МэВ хорошо согласуются с полученными на основе фолдинг-модели с зависящим от плотности нуклон-нуклонным взаимодействием [15] и девятипараметрической S -матричной модели [22].

Чтобы выяснить, в какой мере ядерное преломление и сильное поглощение ответственны за формирование различных особенностей сечений упругого $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ -рассеяния в той или иной области углов рассеяния θ , на рис. 2, *a* и 3 приведены рефракционный и дифракционный компоненты рассматриваемых сечений, рассчитанные по методу [23]. Из этих рисунков видно, что при $\theta \geq 20-25^\circ$ рефракционные компоненты (кривые 2) почти полностью воспроизводят соответствующие дифференциальные сечения, в частности, описывают мелкие детали радужного “хвоста” в случае рассеяния при $E = 480$ и 704 МэВ. Дифракционные компоненты (кривые 3) доминируют в области фраунгоферовских осцилляций при малых углах θ .

При уменьшении значений дисперсии d_{min} до 2,0 – 2,5 и отключенной процедуре дополнительного контроля монотонности получаемых зависимостей $\eta(L)$ и $\delta(L)$ поведение извлекаемого модуля $\eta(L)$ в области малых моментов становится немонотонным. В этой области появляются обособленные структуры (“горбы”), подобные показанным на рис. 1, б (кривые 1, 2) для рассеяния при $E = 350$ МэВ, а функция отклонения имеет в основном такой же вид, как и на рис. 1, в. Приведем значения тех параметров расчетов для кривых 1, 2 на рис. 2, б, которые отличаются от указанных в таблице: $d_{min} = d_f = 2,0$, $a_{min} = 0,0$, $a_f = 6,4 \cdot 10^{-11}$, $\sigma_r = 1667$ мб (кривая 1), $d_{min} = 2,0$, $d_f = 2,6$, $a_{min} = 10^{-3}$, $a_f = 6,5 \cdot 10^{-3}$, $\sigma_r = 1678$ мб (кривая 2).

Из рис. 2 видно, что при использовании различных форм матрицы рассеяния, которым соответствуют кривые 1 и 2 на рис. 1, б, г и кривые 1 на рис. 1, а, в, достигается равноценное фитирование экспериментальных данных, хотя в области достаточно больших углов ($\theta > 70^\circ$) наблюдается некоторое различие полученных дифференциальных сечений. Следовательно, детальной структуре $\eta(L)$ в области малых моментов, содержащей небольшие “горбы”, характерные размеры которых $\lambda_h \approx 7/k \approx 0,9$ Фм (k – волновое число) сравнимы с длиной волны относительного движения сталкивающихся ядер $\lambda = 2\pi/k \approx 0,8$ Фм, не следует приписывать определенный физический смысл и ее присутствие не является обязательным для корректного описания имеющихся экспериментальных данных. Таким образом, для системы $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ при рассматриваемых значениях энергии в качестве модуля $\eta(L)$ может быть использована монотонная функция (см. рис. 1, а), плавно изменяющаяся от малых значений до единицы с увеличением L .

Отметим, что при автоматическом выборе программой расчетов условий для $S(L)$, отвечающих случаю слабого ядерного преломления, нами получено дифференциальное сечение (кривая 3 на рис. 2, б), для которого величина $\chi^2 = 0,6$ ($d_f = 9,3$, $a_{min} = 10^{-3}$, $a_f = 9,2 \cdot 10^{-3}$, $\sigma_r = 1590$ мб). При этом остается открытым вопрос о том, насколько глубокий физический смысл имеют осциллирующие структуры в модуле матрицы рассеяния и функции отклонения (см. кривые 3 на рис. 1, б, г). По-видимому, такой результат является физическим артефактом и только плавное поведение $\eta(L)$ и $\delta(L)$ без наличия каких-либо дополнительных структур правильно

характеризует эффекты поглощения и преломления в ^{16}O – ^{16}O -рассеянии при рассматриваемых значениях энергии.

Сделанные выводы не согласуются с результатами работы [16], в которой дифференциальные сечения упругого ^{16}O – ^{16}O -рассеяния были проанализированы на основе десятипараметрической S -матричной модели с учетом полюсного фактора и установлено сильное влияние полюсов Редже и нулей S -матрицы, лежащих вблизи действительной оси в комплексной плоскости L , на рефракционное поведение изучаемых сечений при $E \leq 480$ МэВ. Учет полюсов и нулей S -матрицы сильно нарушает плавную зависимость $S(L)$ от L . В связи с этим характер преломления и поглощения при $L \leq L_{sa}$ в таком подходе заметно отличается от обсуждавшегося выше (см. кривые 1, 2 на рис. 1, *a, в*)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенный безмодельный подход позволяет извлекать численные зависимости модуля S -матрицы и ядерной фазы от орбитального момента непосредственно из измеренных дифференциальных сечений упругого рассеяния в результате фитирования этих сечений с использованием эволюционного алгоритма. Такой подход свободен от априорных представлений о форме ядерной части матрицы рассеяния. Результаты анализа дифференциальных сечений упругого ^{16}O – ^{16}O -рассеяния при энергии 22 – 44 МэВ/нуклон, характеризующихся выраженной рефракционной картиной радужного типа, свидетельствуют о том, что количественное описание имеющихся экспериментальных данных достигается с помощью матрицы рассеяния, которая определяется модулем и ядерной фазой, являющимися плавными монотонными функциями орбитального момента. При этом функция отклонения имеет вид, характерный для случая ядерной радуги.

Настоящая работа выполнена при поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины, проект № 02.07/372.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brandan M. E., Satchler G.R. // *Phys. Rep.* 1997. V. 285. P. 143.
2. Von Oertzen W. et al. // *ЯФ.* 2002. Т. 65. С. 710.
3. McVoy K. W., Brandan M. E. // *Nucl. Phys. A.* 1992. V. 542. P. 295.
4. Cooper S.G., Mackintosh R.S. // *Nucl. Phys. A.* 1995. V. 582. P. 283.
5. Cooper S.G., McEvan M.A., Mackintosh R.S. // *Phys. Rev. C.* 1992. V. 45. P. 770.
6. Cooper S.G., Mackintosh R.S. // *Nucl. Phys. A.* 1994. V. 576. P. 308.
7. Kobos A.M., Brandan M. E., Satchler G.R. // *Nucl. Phys. A.* 1988. V. 487. P. 457.
8. Berezhnoy Yu. A., Pilipenko V.V. // *Mod. Phys. Lett. A.* 1995. V. 10. P. 2305.
9. Morris J.R., Deaven D.M., Ho K.M. // *Phys. Rev. B.* 1996. V. 53. P. R1740.
10. Michaelian K. // *Revista Mexicana de Fisica.* 1996. V. 42 (suppl. 1). P. 203.
11. Winkler C., Hofmann H.M. // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 55. P. 684.
12. Berezovsky S.V., Klepikov V.F., Korda V.Yu. // *Phys. Rev. B.* 2001. V. 64. P. 3.1.
13. Frahn W.E. *Diffraction Processes in Nuclear Physics.* Oxford: Clarendon Press, 1985. 179 p.
14. Korda V.Yu., Molev A.S., Korda L.P. // *Вестник Харьковского национального университета. Сер. физ.* 2002. Т. 559. № 2. С. 37.
15. Dao Khoa T. et al. // *Nucl. Phys. A.* 2000. V. 672. P. 387.
16. Кузниченко А.В. и др. // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2002. Т. 67. № 5. С. 704.
17. Stiliaris E. et al. // *Phys. Lett. B.* 1989. V. 223. P. 291.
18. Brandan M. E., Satchler G.R. // *Phys. Lett. B.* 1991. V. 256. P. 311.
19. Barnitzky G. et al. // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 365. P. 23.
20. Nuoffer F. et al. // *Nuovo Cimento. A.* 1998. V. 111. P. 971.
21. Brandan M. E., Satchler G.R. // *Nucl. Phys. A.* 1988. V. 487. P. 477.
22. Молев А.С., Корда В.Ю. Тез. докл. 52-го Междунар. совещ. по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. М.: Изд-во МГУ, 2002. С. 164.
23. Молев А.С. // *Изв. РАН. Сер. физ.* 1995. Т. 59. № 1. С. 96.

Таблица

Управляющие параметры эволюционного алгоритма при расчетах дифференциальных сечений упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при различных значениях энергии

Параметр	Значения параметров		
	E=350 МэВ	E=480 МэВ	E=704 МэВ
l_{max}	120	135	160
a_{min}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-5}
a_{max}	0,9	0,9	0,9
a_i	0,9	0,9	0,9
a_f	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$
d_{min}	5,5	7,0	9,5
d_{max}	100,0	100,0	100,0
d_i	80,0	90,0	100,0
d_f	6,5	7,0	11,5
χ^2	2,5	1,9	1,1
σ_r , мб	1693	1581	1483

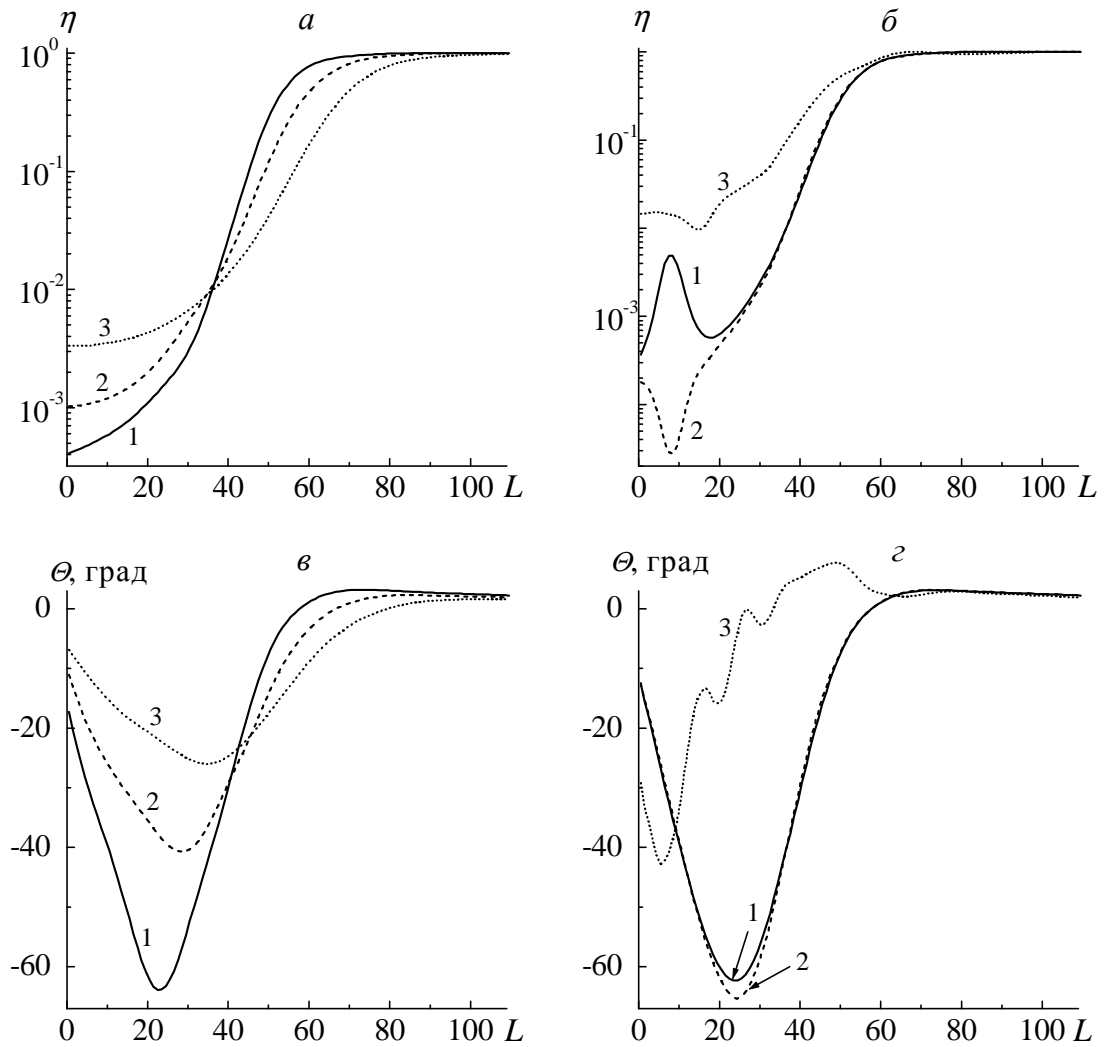


Рис. 1. Модуль матрицы рассеяния (*a*, *б*) и функция отклонения (*в*, *г*) для упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния: *б*, *г* и кривые 1 (*a*, *в*) – для $E = 350$ МэВ, кривые 2 (*a*, *в*) – для $E = 480$ МэВ, кривые 3 (*a*, *в*) – для $E = 704$ МэВ.

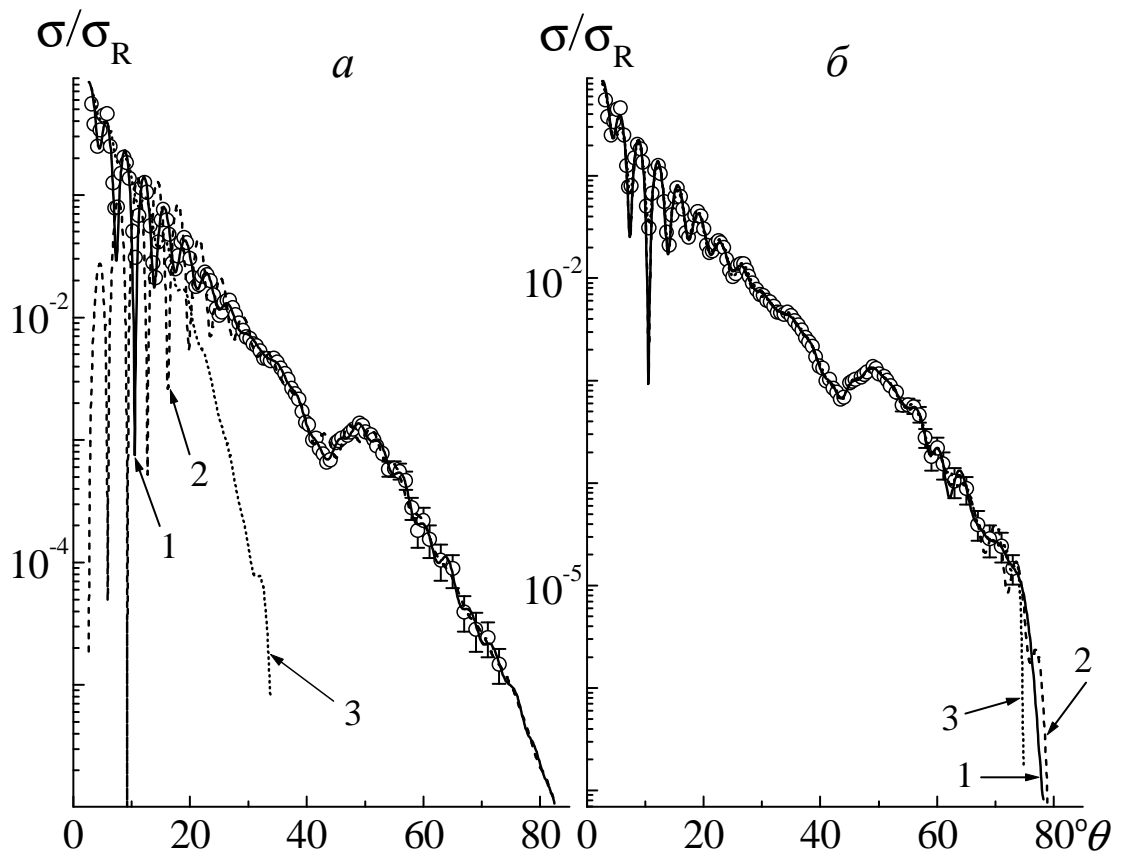


Рис. 2. Отношение дифференциального сечения упругого $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ -рассеяния при $E = 350$ МэВ и его различных компонентов к резерфордовскому: кривые 1 – 3 (а) – сечение, рассчитанное с использованием S-матрицы, которой отвечают кривые 1 на рис. 1, а, в, и его рефракционный и дифракционный компоненты соответственно; кривые 1 – 3 (б) – сечения, рассчитанные с использованием S-матрицы, которой отвечают кривые 1 – 3 на рис. 1, б, г соответственно. Точки – экспериментальные данные [17, 18].

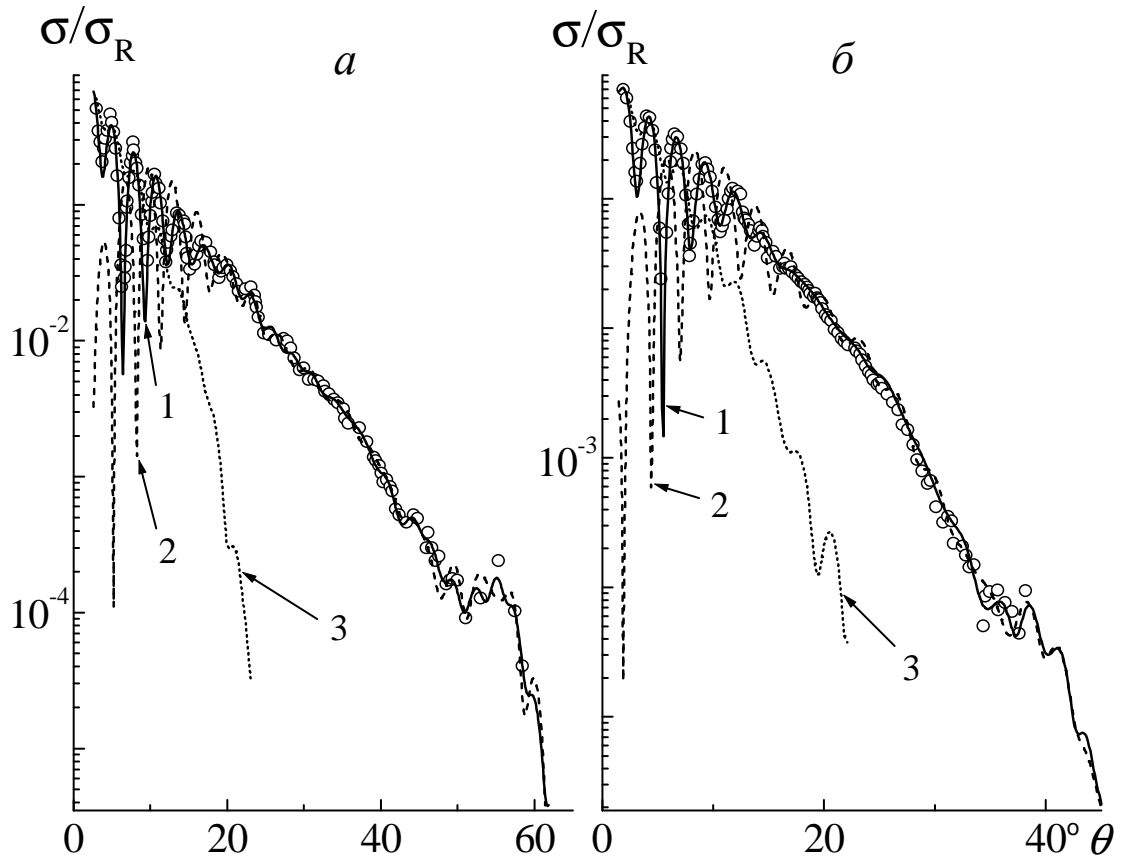


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, *a*, но для $E = 480$ МэВ (*a*) и $E = 704$ МэВ (*б*). *a*, *б* – результат расчета с использованием S -матрицы, которой отвечают соответственно кривые 2 и 3 на рис. 1, *a*, *в*. Точки – экспериментальные данные [15, 19, 20].