

УПРУГОЕ ^{16}O - ^{16}O -РАССЕЯНИЕ ПРИ ЭНЕРГИИ $E(^{16}\text{O}) = 350$ МэВ И НОВЫЙ МЕТОД МОДЕЛЬНО НЕЗАВИСИМОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

В. Ю. Корда, А. С. Молев, Л. П. Корда

Институт электрофизики и радиационных технологий

НАН Украины, Харьков

На основе эволюционного алгоритма развит новый подход, с использованием которого можно извлекать матрицу рассеяния $S(l)$ как комплексную функцию орбитального момента l непосредственно из экспериментальных данных по упругому ядро-ядерному рассеянию при промежуточных энергиях без привлечения дополнительных модельных предположений. Благодаря автоматическому контролю поведения производных $S(l)$ полученная матрица ^{16}O - ^{16}O -рассеяния при энергии 350 МэВ определяется модулем и ядерной фазой, являющимися плавными монотонными функциями орбитального момента, и не содержит каких-либо искажений, при этом квантовая функция отклонения имеет вид, характерный для случая ядерной радуги. Показано, что конечная форма $S(l)$ не зависит от начальных представлений матрицы рассеяния, в качестве которых выбирались обычно используемые феноменологические модели.

PACS: 24.10.Nt, 25.70.-z, 25.70.Vc

1. ВВЕДЕНИЕ

Оператор рассеяния S является фундаментальной физической величиной в теории рассеяния и по определению содержит всю допустимую информацию о всех возможных выходных каналах, включая процессы с перераспределением частиц. В случае упругого рассеяния диагональный матричный элемент S -оператора (диагональный элемент матрицы рассеяния) в представлении орбитального момента определяется выражением

$$S(l) = \eta(l)\exp(2i\varphi(l)) , \quad (1)$$

где модуль $\eta(l)$ и фаза $\varphi(l)$ величины $S(l)$ представляют собой действительные функции, плавно изменяющиеся в l -пространстве.

Условие унитарности матрицы рассеяния сложных частиц ядрами в присутствии ядерного поглощения накладывает ограничение $\eta(l) \leq 1$, так что удобно использовать представление

$$\eta(l) = \exp(-2\delta_a(l)) , \quad (2)$$

где фаза $\delta_a(l)$, характеризующая поглощающие свойства ядра мишени по отношению к налетающим частицам, является действительной функцией l , принимающей положительные значения и имеющей плавное поведение.

При столкновении заряженных частиц фаза рассеяния $\varphi(l)$ может быть представлена в виде суммы ядерной и кулоновской частей:

$$\varphi(l) = \delta_r(l) + \sigma_C(l) , \quad (3)$$

где ответственная за ядерное преломление фаза $\delta_r(l)$ и фаза кулоновского рассеяния $\sigma_C(l)$ представляют собой действительные функции, которые характеризуются плавным поведением с изменением l .

Вообще говоря, если имеют место постепенное выбывание парциальных волн из падающей волны и преломление в ядерном веществе, то единственными ограничениями, накладываемыми на поведение фаз $\delta_{a,r}(l)$, являются конечные значения рассматриваемых величин при малых l , исчезающее малые значения при достаточно больших l и плавное изменение $\delta_{a,r}(l)$ в переходной области в l -пространстве.

Наиболее естественными и простыми моделями для $\delta_a(l)$ (или $\eta(l)$) и $\delta_r(l)$ следует считать монотонно убывающие с ростом l (для $\eta(l)$ монотонно возрастающие до единицы) функции типа фермиевской или гауссовской. Использование при анализе данных по упругому рассеянию легких ядер промежуточных энергий

($E \geq 20$ МэВ/нуклон) ядрами S -матричных моделей, содержащих такие функции (см., например, [1–4]), а также модельных оптических потенциалов, которые соответствуют $S(l)$ с указанным выше поведением (см., например, [5, 6]), оказалось весьма успешным и позволило интерпретировать наблюдаемую картину рассеяния как проявление ядерной радуги в присутствии сильного поглощения (см. [7–9]). Однако перечисленные модели обычно не способны корректно описать все детали сложного поведения анализируемых дифференциальных сечений рассеяния.

Во многих случаях качество описания имеющихся экспериментальных данных можно улучшить, если модифицировать фазу $\delta_r(l)$, используя дополнительные поверхностные слагаемые различной формы (см., например, [10, 11]). Такие модификации, вообще говоря, приводят к немонотонной зависимости $S(l)$. Отметим также S -матричную модель [12], в которой ответственная за поглощение фаза $\delta_a(l)$ выбиралась в виде комбинации объемного слагаемого и производной от него, локализованной в области небольших орбитальных моментов. Немонотонное поведение могут иметь матрицы рассеяния, найденные с помощью оптических потенциалов, действительная и мнимая части которых имеют стандартную вудсаксоновскую форму, а также в случае, когда наряду с указанными потенциалами используются дополнительные поверхностные слагаемые (см., например, [6, 13, 14]). Важно подчеркнуть, что отмеченное немонотонное поведение $S(l)$ проявляется в основном в узких областях орбитальных моментов. Несмотря на немонотонную зависимость S -матрицы от l в перечисленных выше подходах, „радужная” интерпретация поведения анализируемых дифференциальных сечений тем не менее сохраняется.

Дальнейшее существенное улучшение качества описания экспериментальных данных возможно, если матрица рассеяния имеет более гибкую форму, когда фазы $\delta_{a,r}(l)$ являются немонотонными функциями во всей области возможных l . Немонотонная зависимость S -матрицы от l такого типа появляется в случае до-

бавки к обычно используемым модельным зависимостям $S(l)$, являющимся плавными монотонными функциями l , ряда слагаемых, имеющих полюсной характер (см., например, [15]), или разложения в ряд по набору подходящих базисных функций, в частности, сплайн-функций (см., например, [16–18]). Отмеченное немонотонное поведение присуще также матрицам рассеяния, рассчитанным с помощью оптических потенциалов, которые включают дополнительные локализованные внутри области поглощения (преломления) составляющие, подобные производным от основных объемных слагаемых, или имеющих более сложную форму, полученную с использованием как сплайн-функций, так и ряда Фурье–Бесселя (см., например, [5, 19–21]). Хотя в рамках указанных подходов достигается отличное согласие рассчитанных и измеренных дифференциальных сечений ядро-ядерного рассеяния в области промежуточных энергий, результаты проведенных расчетов показывают, что „радужная” интерпретация данных в этих случаях не применима. При этом возникает вопрос о том, каков физический смысл полученных немонотонных структур в $S(l)$.

Очевидно, что все рассмотренные выше подходы являются в большей или меньшей степени модельно зависимыми, поскольку в качестве фаз $\delta_{a,r}(l)$, а также действительной и мнимой частей оптического потенциала выбираются надлежащим образом параметризованные аналитические функции. При этом не учитывается все разнообразие форм матрицы рассеяния или оптического потенциала. В результате анализ экспериментальных данных, выполненный с использованием только определенного семейства форм $S(l)$, может привести в ряде случаев к неправильной физической интерпретации этих данных.

В связи с этим представляется важным разработать процедуру извлечения матрицы рассеяния и (или) оптического потенциала непосредственно из экспериментальных данных без использования каких-либо априорных физически обоснованных модельных предположений относительно форм изучаемых характеристик ядро-ядерного взаимодействия. В результате применения такой процедуры можно будет ответить на вопрос о том, являются ли немонотонные, в частности, полюс-

ные структуры или другие искажения простых плавных зависимостей S -матрицы от l , появляющиеся в наиболее успешных теоретических подходах, действительно необходимы для количественного описания рассматриваемых экспериментальных данных. Ответ на этот вопрос позволит исследовать возможность применения „радужной” интерпретации данных по упругому ядро-ядерному рассеянию в широкой области энергий и массовых чисел сталкивающихся ядер.

2. МОДЕЛЬНО НЕЗАВИСИМОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

В нашем подходе величины $\delta_{a,r}(l)$ для каждого l рассматриваются как независимые подгоночные параметры. Это означает, что пространство параметров такой вариационной задачи имеет высокую размерность и для ее решения необходимо выбрать адекватный метод оптимизации. В качестве такого метода мы выбрали эволюционный алгоритм (ЭА), применение которого оказалось весьма эффективным при решении ряда сложных оптимизационных физических задач (см., например, [22–26]). Отметим, что используемый нами ЭА сходен с генетическим алгоритмом, предложенным в [26].

В соответствии с общими принципами применения ЭА мы создаем начальную популяцию из N особей. Каждая особь является представлением матрицы рассеяния, задаваемым парой вещественных векторов $[\delta_a(l), \delta_r(l)]$ размерности l_{\max} , где $l = 0, 1, \dots, l_{\max} - 1$. Отбор отдельных особей (представлений матрицы рассеяния) осуществляется в соответствии с тем, насколько хорошо их использование позволяет описать имеющиеся экспериментальные данные. Применение специального оператора мутации дает возможность постепенно перейти от начальной популяции, отвечающей случаю, когда рассчитанные и измеренные величины сильно отличаются друг от друга, к конечной популяции, обеспечивающей наилучшее согласие рассматриваемых величин.

Используемый нами ЭА состоит из следующих этапов:

1. Создание начальной популяции из N особей. Для каждой особи векторы $\delta_{a,r}(l)$ задаются с помощью любой монотонно убывающей функции l , первая производная от которой имеет только один минимум.

Нами использовались различные начальные представления матрицы рассеяния для того, чтобы выяснить, насколько их выбор влияет на конечный результат, получаемый с помощью обсуждаемого ЭА. В качестве начальных представлений $S(l)$ были выбраны следующие три модели.

1). Шестипараметрическая модель с использованием двух фермиевских функций:

$$2\delta_i(l) = g_i f(l, l_i, d_i), \quad f(l, l_i, d_i) = \left[1 + \exp\left(\frac{l-l_i}{d_i}\right) \right]^{-1}, \quad i = a, r. \quad (4)$$

2). Четырехпараметрическая модель с использованием двух гауссовских функций:

$$2\delta_i(l) = g_i \exp\left(-\frac{l^2}{d_i^2}\right). \quad (5)$$

3). Пятипараметрическая модель Макинтайра [1]:

$$\eta(l) = f(-l, -l_a, d_a), \quad 2\delta_r(l) = g_r f(l, l_r, d_r). \quad (6)$$

Параметры g_i , l_i и d_i из (4) – (6) принимают только положительные значения. Эти значения являются случайными величинами, распределенными по равномерному закону в достаточно широких диапазонах, чтобы обеспечить получение существенно отличающихся друг от друга форм матрицы рассеяния. Отметим, что все особи данной популяции определялись с использованием только какого-либо одного из модельных представлений (4) – (6), каждое из которых имеет физическое обоснование, в частности, правильно учитывает характер поглощения и преломления при ядро-ядерном рассеянии в области промежуточных энергий.

2. Определение приспособленности (селективного качества) каждой особи в созданной популяции. При этом исследуются формы фаз рассеяния $\delta_{a,r}(l)$ и учитывается качество подгонки рассчитанных величин к экспериментальным данным.

В нашем подходе формы $\delta_{a,r}(l)$ должны удовлетворять следующим условиям:

- а) функции $\delta_{a,r}(l)$ должны быть убывающими;
- б) производные от $\delta_{a,r}(l)$ должны иметь только один минимум и не иметь максимумов;
- в) вторые производные от $\delta_{a,r}(l)$ не должны иметь более одного минимума и одного максимума;
- г) третья производная от $\delta_r(l)$ не должна иметь более одного минимума и одного максимума;
- д) логарифмическая производная от $\delta_r(l)$ должна быть убывающей функцией.

Условия а) – в) обеспечивают отсутствие каких-либо искажений форм фаз рассеяния по крайней мере с точностью до производных второго порядка. Условие г) добавлено для того, чтобы функция отклонения $\Theta(l) = 2d\varphi(l)/dl$ не имела искажений формы также с точностью до производной второго порядка. Условие д) необходимо для обеспечения постоянного убывания $\delta_r(l)$ с увеличением l . Отметим, что условия а) – г) являются решающими при выборе форм $\delta_{a,r}(l)$. Поэтому в случае нарушения указанных условий соответствующие особи исключаются из формируемой популяции. Условие д) является не таким строгим, как условия а) – г), и введено лишь для обеспечения требуемого поведения $\delta_r(l)$ в области больших l .

Для каждой особи в созданной популяции рассчитывается дифференциальное сечение упругого рассеяния и определяется значение стандартной величины χ^2 . При расчетах используется амплитуда упругого рассеяния в виде разло-

жения по полиномам Лежандра. Квадрат модуля этой амплитуды определяет дифференциальное сечение.

Как правило, имеющиеся данные о рассеянии на большие углы не позволяют избавиться от неоднозначностей в определении матрицы рассеяния или оптического потенциала. Поэтому мы дополнили анализируемое дифференциальное сечение несколькими фиктивными значениями, лежащими вне измеренного углового диапазона, с целью уточнить характер поведения сечения в области больших углов (см., например, [17]). Отметим, что такая процедура не всегда является обоснованной и ее следует применять с осторожностью, обращая внимание на особенности поведения изучаемых дифференциальных сечений при больших углах рассеяния.

Использование дополнительных фиктивных данных при минимизации величины χ^2 может привести к результатам, не согласующимся с результатами, полученными в случае, когда анализировались только измеренные данные. Поэтому мы задавали достаточно узкий коридор вблизи используемых дополнительных значений сечения, выход за пределы которого сопровождался наложением определенного штрафа в виде соответствующего увеличения величины χ^2 . Кроме этого, анализ дифференциального сечения в расширенном диапазоне углов выполнялся только после завершения анализа экспериментально измеренного сечения.

3. Из каждой родительской особи образуются M особей-потомков согласно преобразованию

$$\lg[\delta'_i(l)] = \lg[\delta_i(l)] + A_i N_i(0, 1) D(l, l_{m,i}, d_{m,i}), \quad i = a, r, \quad (7)$$

где $\delta_i(l)$ и $\delta'_i(l)$ – фазы родительской S -матрицы и S -матрицы потомка соответственно, $A_i > 0$ – амплитуда мутации, $N_i(0, 1)$ – нормально распределенная одномерная случайная величина с нулевым средним значением и единичным стандартным отклонением, $l_{m,i}$ – случайная точка мутации, лежащая в интервале

$0 \leq l_{m,i} \leq l_{\max} - 1$, $d_{m,i} > 0$ – дисперсия, характеризующая размер области мутации.

Размывающая функция $D(l, l_{m,i}, d_{m,i})$ имеет колоколообразную форму с максимумом при $l = l_{m,i}$ и быстро спадает в обе стороны от него. В качестве $D(l, l_{m,i}, d_{m,i})$ мы использовали функцию

$$D(l, l_{m,i}, d_{m,i}) = \exp\left[-\frac{(l - l_{m,i})^2}{d_{m,i}^2}\right]. \quad (8)$$

Амплитуда мутации A_i и дисперсия $d_{m,i}$ представляют собой параметры, автоматически настраиваемые расчетной программой в интервалах, ширина которых является экстремально большой на начальном этапе применяемой процедуры, плавно уменьшается в ходе ее выполнения и становится малой на завершающем этапе. Благодаря этому используемая процедура приводит к таким зависимостям $S(l)$, которым не присущи характерные особенности начальных параметризаций (4) – (6), а также позволяет выявить мелкие детали поведения S -матрицы в l -пространстве.

4. Определение приспособленности всех полученных особей-потомков в соответствии с выбранными критериями формы $S(l)$ и величиной χ^2 . N лучших потомков образуют новую популяцию.

5. Переход к этапу 3 или завершение процедуры, если приспособленность особей в полученной популяции достаточно высока (величина χ^2 достаточно мала).

Используемый ЭА нацелен на поиск глобального оптимума, однако не может гарантировать, что найденное оптимальное решение является единственно возможным. Поэтому процедуру применения ЭА необходимо повторить несколько раз. Поскольку минимальное значение χ^2 заранее не известно, представляется полезным проследить динамику лучшего, худшего и среднего значений χ^2 , а так-

же среднеквадратичного отклонения от среднего χ^2 в популяции при многократном выполнении процедуры. Такие наблюдения обычно помогают локализовать область потенциально наименьших значений χ^2 .

2. S-МАТРИЦА ДЛЯ УПРУГОГО ^{16}O - ^{16}O -РАССЕЯНИЯ ПРИ ЭНЕРГИИ $E(^{16}\text{O}) = 350$ МэВ

Описанный выше ЭА был применен нами для анализа данных по упругому ^{16}O - ^{16}O -рассеянию при $E(^{16}\text{O}) = 350$ МэВ, привлекающих особое внимание физиков как пример картины рассеяния, демонстрирующей одно из наиболее сильных проявлений рефракционных эффектов среди исследованных случаев рассеяния ядер ^{12}C и ^{16}O промежуточных энергий. При этом существующие подходы, с помощью которых удается получить количественное описание рассматриваемых данных, приводят к S -матрице, содержащей различные немонотонные структуры (см., например, [15, 16]).

В качестве кулоновской фазы $\sigma_C(l)$ в (3) выберем квазиклассическую фазу рассеяния точечного заряда на однородно заряженной сфере с радиусом $R_C = 0.95 \times 2 \times 16^{1/3}$ Фм [27]. Это можно сделать, поскольку мы рассматриваем рассеяние частиц ядрами при достаточно высоких энергиях. При расчетах использована амплитуда упругого рассеяния, симметризованная для случая рассеяния идентичных ядер. Фитирование дифференциального сечения проводилось при стандартной экспериментальной погрешности 10 %. Следуя [15,17], минимизируемая величина (χ^2) нормировалась на число экспериментальных точек n .

На рис. 1–3 приведены результаты наших расчетов с использованием начальных модельных представлений матрицы рассеяния (4)–(6). Для каждого из этих представлений разработанный ЭА исполнялся независимо пять раз. Рис. 1–3 наглядно иллюстрируют, насколько близкими друг к другу оказываются полученные результаты. При использовании найденных представлений $S(l)$ величина χ^2 принимает значения 2.4 – 2.5. Чтобы выяснить, в какой мере полученные резуль-

таты зависят от деталей различных начальных форм $S(l)$, на рис. 4 собраны лучшие результаты, взятые из рис. 1 – 3. На рис. 5 сравниваются результаты анализа дифференциального сечения упругого ^{16}O – ^{16}O -рассеяния в различных угловых диапазонах: измеренном (до $\theta = 73^\circ$) и расширенном за счет дополнительных фиктивных данных (до $\theta = 84^\circ$).

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предложенная процедура нахождения матрицы рассеяния, основанная на использовании ЭА, имеет целью поиск глобального (одного сколь угодно точного) решения. Однако, принимая во внимание сложность решаемой оптимизационной задачи и то обстоятельство, что количество подгоночных параметров (которое равно удвоенному значению $l_{\max} = 120$ для случая ^{16}O – ^{16}O -рассеяния при $E(^{16}\text{O}) = 350$ МэВ) заметно больше числа экспериментальных точек ($n = 105$ для рассмотренного случая ^{16}O – ^{16}O -рассеяния), мы не можем претендовать на получение такого решения. Тем не менее, наши результаты следует рассматривать как многообещающие.

Отметим, что выбор максимального числа парциальных волн l_{\max} , которые должны быть учтены в разложении амплитуды упругого рассеяния по полиномам Лежандра, производится на этапе предварительного анализа экспериментальных данных. Это число не должно быть меньше максимального числа парциальных волн, которые дают заметный вклад в амплитуду рассеяния.

Из рис. 1–3 видно, что при использовании любой из начальных моделей для $S(l)$ между полученными в результате различных запусков применяемой процедуры модулями S -матрицы $\eta(l)$, а также ядерными фазами $\delta_r(l)$ и функциями отклонения $\Theta(l)$ имеется близкое сходство. Чтобы продемонстрировать детальное поведение этих величин в наиболее важных областях орбитальных моментов, на вставках на рассматриваемых рисунках используется увеличенный или логарифмический масштаб. В то же время, как следует из рис. 4, наблюдается некоторое

различие ответственных за ядерное преломление фаз $\delta_r(l)$ в области больших орбитальных моментов, где эти фазы принимают малые значения, изменяющиеся на 4 – 5 порядков. В этой области l модули S -матрицы $\eta(l)$ близки к единице, так что вклад парциальных волн с указанными моментами в амплитуду упругого рассеяния оказывается пренебрежимо малым. Для того, чтобы сделать более определенные заключения о характере поведения $\delta_r(l)$ при больших l , по-видимому, необходимо иметь дополнительные прецизионные данные в области малых углов. Тем не менее, можно сделать вывод о том, что при выполнении условий а) – д), налагаемых на фазы рассеяния $\delta_{a,r}(l)$, нам удалось найти совокупность форм матрицы рассеяния, имеющих близкое сходство и эквивалентных с точки зрения согласия между рассчитанными с их помощью сечениями и экспериментальными данными.

Следует отметить, что близость друг к другу представленных на рис. 4 кривых (по меньшей мере, в наиболее существенной области орбитальных моментов) подтверждает вывод об отсутствии зависимости полученных результатов для $S(l)$ от начальных форм матрицы рассеяния. Формально это обусловлено тем, что итерационное применение преобразования репликации (7) к фазам $\delta_{a,r}(l)$ эквивалентно добавке к начальным фазам суммы бесконечно большого числа размывающих функций (8) с различными параметрами и весами. В конкретных расчетах, из-за специальной схемы выбора и настройки значений последних, фазы рассеяния во время выполнения ЭА изменяются почти адиабатически. В результате формы $\delta_{a,r}(l)$ становятся „равновесными” по отношению к изменениям величины χ^2 . Эти формы не имеют каких-либо особенностей, присущих начальным моделям для $S(l)$ и размывающей функции. Поэтому разработанная на основе ЭА процедура действительно является модельнонезависимой.

Матрица рассеяния, найденная в результате включения в процедуру подгонки сечения дополнительных фиктивных данных, что заставляет рассчитанное дифференциальное сечение иметь заданное поведение в области больших углов

(вплоть до $\theta = 84^\circ$), мало отличается от матрицы рассеяния, полученной в случае, когда подгонка проводилась только к экспериментальным данным, измеренным до углов $\theta = 73^\circ$ (см. рис. 5). Такой результат является несколько неожиданным и может быть обусловлен использованием данного конкретного набора данных по упругому $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ -рассеянию.

С физической точки зрения представленные результаты подтверждают „радужную” интерпретацию анализируемых данных. Действительно, максимум рассматриваемого сечения около $\theta = 50^\circ$ идентифицируется как первичный радужный максимум. Угол ядерной радуги, отвечающий минимуму функции отклонения $\Theta(l)$, для приведенных на рис. 1 – 3 случаев принимает значения $\theta_r = 61 - 64^\circ$.

Учитывая большое число подгоночных параметров, уместно поставить вопрос о возможности дальнейшего улучшения качества обработки экспериментальных данных. Если с самого начала работы нашей процедуры отменить условия а) – д) для фаз $\delta_{a,r}(l)$, имеющие наглядное физическое обоснование, то можно получить результаты с $\chi^2 \approx 0.5 - 0.6$. Однако в этих случаях зависимости S -матрицы от l не являются монотонными и существенно различаются при разных запусках процедуры, поскольку относятся к различным локальным оптимальным решениям. Поэтому полученным немонотонным структурам не следует приписывать определенный физический смысл.

При поиске лучшего согласия рассчитанного сечения с экспериментальными данными можно также исследовать стабильность полученных монотонных зависимостей $S(l)$ по отношению к нарушающему монотонность преобразованию (7). При этом следует искать результаты, отвечающие одному и тому же оптимальному решению или ближайшим к нему решениям. Если при каждом независимом запуске процедуры фитирования существенное улучшение качества подгонки сечения будет сопровождаться появлением одинаковых равновесных немонотонных структур в $S(l)$, то только в этом случае следует признать необхо-

димось существования таких структур и дать им соответствующую физическую интерпретацию.

Предложенная схема действий может оказаться полезной при анализе ряда важных случаев, когда присутствие в $S(l)$ немонотонных структур (в том числе структур, поведение которых не является плавным) представляется оправданным. Такое поведение $S(l)$ имеет место, если оно определяется резонансами (см., например, [6, 30]) или обусловлено интерференционными эффектами (см., например, [13]), а также, если важен учет динамических эффектов (зависимость взаимодействия между ядрами от четности; см., например, [31, 32]). Чтобы подтвердить существование указанных структур в матрице рассеяния, следует извлечь ее непосредственно из соответствующих экспериментальных данных без использования условий а) – д) для фаз $\delta_{a,r}(l)$ либо с самого начала применения ЭА, либо после того, как будет найдена монотонная зависимость S -матрицы от l . Если в итоге одни и те же структуры будут многократно получены, то будет необходимо признать, что условия а) – д) не являются универсальными и не могут быть использованы во всех случаях ядерного рассеяния.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанная в настоящей работе процедура создана на основе ЭА для извлечения матрицы рассеяния в представлении орбитального момента непосредственно из экспериментальных данных по ядро-ядерному рассеянию при промежуточных энергиях. Очевидно, аналогичная процедура может быть также использована для нахождения радиальной зависимости комплексного оптического потенциала $V(r)$ непосредственно из экспериментальных данных. На основе полученного таким способом потенциала рассчитывается S -матрица. После этого с помощью основанной на ЭА процедуры полученную S -матрицу можно подогнать к S -матрице, извлеченной непосредственно из экспериментальных данных. В ре-

зультате определяется оптический потенциал, соответствующий матрице рассеяния, найденной непосредственно из экспериментальных данных.

Объединяя процедуры извлечения $S(l)$ и $V(r)$ из экспериментальных данных, а также описанную выше процедуру сравнения S -матриц, будем иметь эффективный единый подход для анализа ядро-ядерного рассеяния при промежуточных энергиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J.A. McIntyre, K.H. Wang, and L.C. Becker, Phys. Rev. **117**, 1337 (1960).
2. S.K. Kauffmann, Z. Phys. A **282**, 163 (1977).
3. Yu.A. Bereznoy and V.V. Pilipenko, Mod. Phys. Lett. A **10**, 2305 (1995).
4. Yu.A. Bereznoy and A.S. Molev, Int. J. Mod. Phys. E **12**, 827 (2003).
5. A.M. Kobos, M.E. Brandan, and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A **487**, 457 (1988).
6. M.E. Brandan and K.W. McVoy, Phys. Rev. C **43**, 1140 (1991).
7. D.A. Goldberg and S.M. Smith, Phys. Rev. Lett. **29**, 500 (1972).
8. D.A. Goldberg, Phys. Rev. C **7**, 1938 (1973).
9. D.A. Goldberg, S.M. Smith, and G.F. Burdzyk, Phys. Rev. C **10**, 1362 (1974).
10. G. Hauser, R. Löhken, H. Rebel, *et al.*, Nucl. Phys. A **128**, 81 (1969).
11. Yu.A. Bereznoy and V.V. Pilipenko, J. Phys. G **11**, 1161 (1985).
12. А. С. Молев, В.Ю. Корда, Л.П. Корда, Изв. РАН. Сер. физ. **68**, 205 (2004).
13. N. Austern, Ann. Phys. (N.Y.) **15**, 299 (1961).
14. S.N. Ershov, F.A. Gareev, R.S. Kurmanov, *et al.*, Phys. Lett. B **227**, 315 (1989).
15. L.J. Allen, L. Berge, C. Steward, *et al.*, Phys. Lett. B **298**, 36 (1993).
16. S.G. Cooper, M.A. McEwan and R.S. Mackintosh, Phys. Rev. C **45**, 770 (1992).
17. M.A. McEwan, S.G. Cooper, and R.S. Mackintosh, Nucl. Phys. A **552**, 401 (1993).
18. S.G. Cooper and R.S. Mackintosh, Nucl. Phys. A **582**, 283 (1995).
19. M.C. Mermaz, Phys. Rev. C **47**, 2213 (1993).
20. M.P. Nicoli, F. Haas, R.M. Freeman, *et al.*, Phys. Rev. C **61**, 034609 (2000).

21. M. Ermer, H. Clement, G. Frank, *et al.*, Phys. Lett. B **224**, 40 (1989).
22. J.R. Morris, D.M. Deaven, and K.M. Ho, Phys. Rev. B **53**, R1740 (1996).
23. K. Michaelian, Rev. Mex. Fisica **42** (Suppl. 1), 203 (1996).
24. C. Winkler and H.M. Hofmann, Phys. Rev. C **55**, 684 (1997).
25. S.V. Berezovsky, V.Yu. Korda, and V.F. Klepikov, Phys. Rev. B **64**, 064103 (2001).
26. M.W. Gutowski, J. Phys. A **27**, 7893 (1994).
27. M.E. Brandan and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A **487**, 477 (1988).
28. E. Stilliaris, H.G. Bohlen, P. Fröbrich, *et al.*, Phys. Lett. B **223**, 291 (1989).
29. M.E. Brandan and G.R. Satchler, Phys. Lett. B **256**, 311 (1991).
30. K.W. McVoy, Phys. Rev. C **3**, 1104 (1971).
31. W.E. Frahn, Nucl. Phys. A **337**, 324 (1980).
32. W.E. Frahn, M.S. Hussein, L.F. Canto, *et al.*, Nucl. Phys. A **369**, 166 (1981).

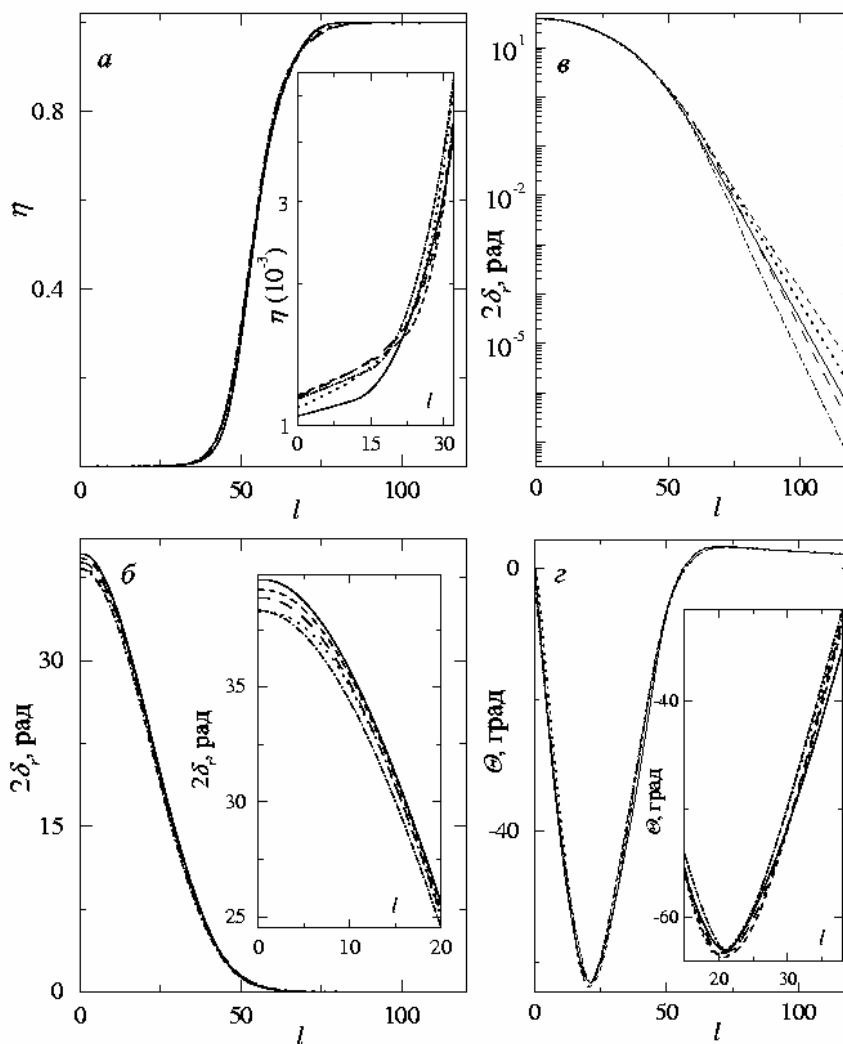


Рис. 1. Пять вариантов представления матрицы ^{16}O - ^{16}O -рассеяния при $E(^{16}\text{O}) = 350$ МэВ, полученных в результате применения основанной на ЭА процедуры с использованием начальной S -матричной модели (4). *a* – Модули матрицы рассеяния $\eta(l)$, *б* – ядерные фазы $\delta_r(l)$, *в* – то же, что и на рис. *б*, но в логарифмическом масштабе, *г* – функции отклонения $\Theta(l)$. Сплошные кривые отвечают случаю наилучшего согласия рассчитанного сечения с экспериментальными данными ($\chi^2=2.4$). На вставке показано поведение $\eta(l)$ и $\delta_r(l)$ в области малых моментов и поведение функций $\Theta(l)$ в окрестностях своих минимумов.

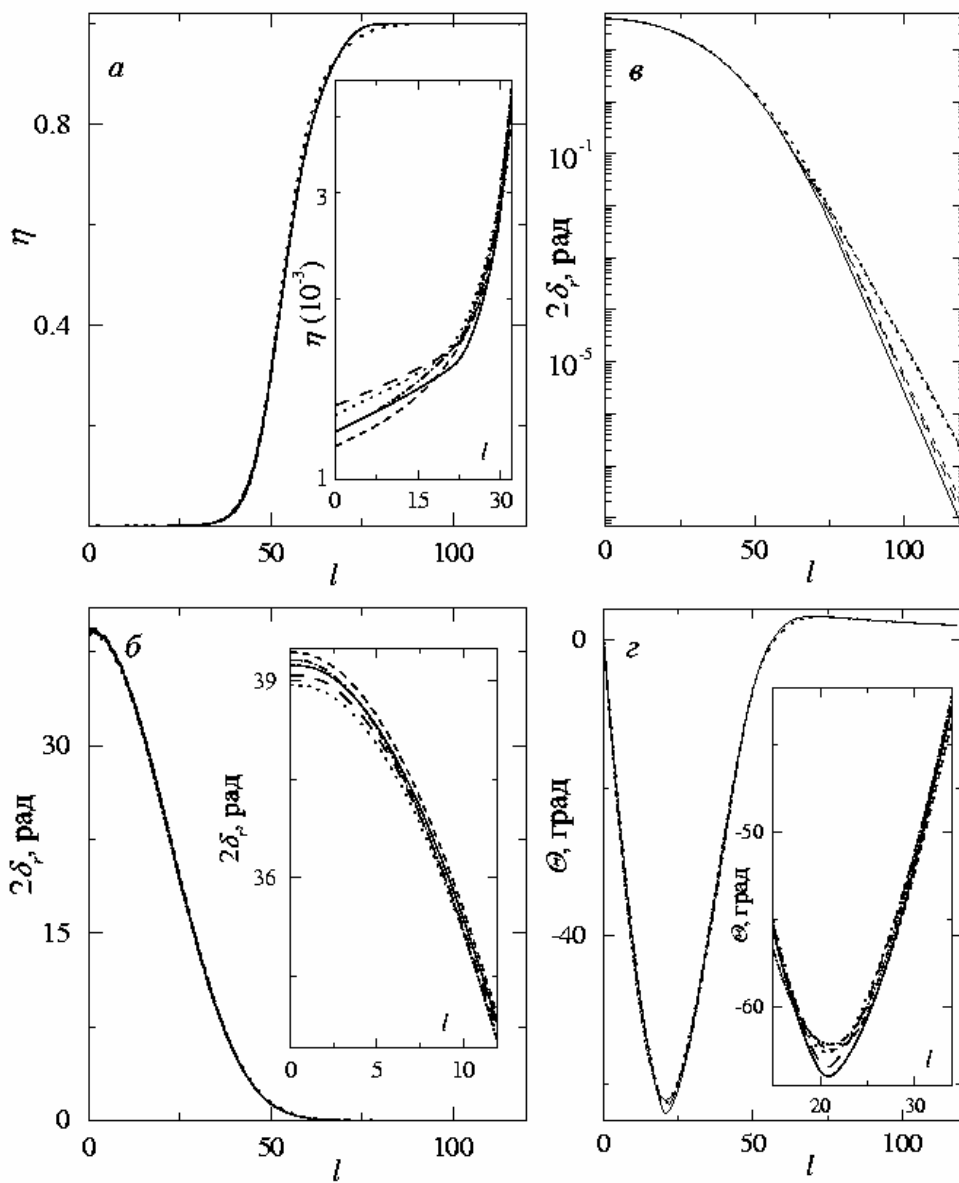


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но с использованием начальной S -матричной модели (5).

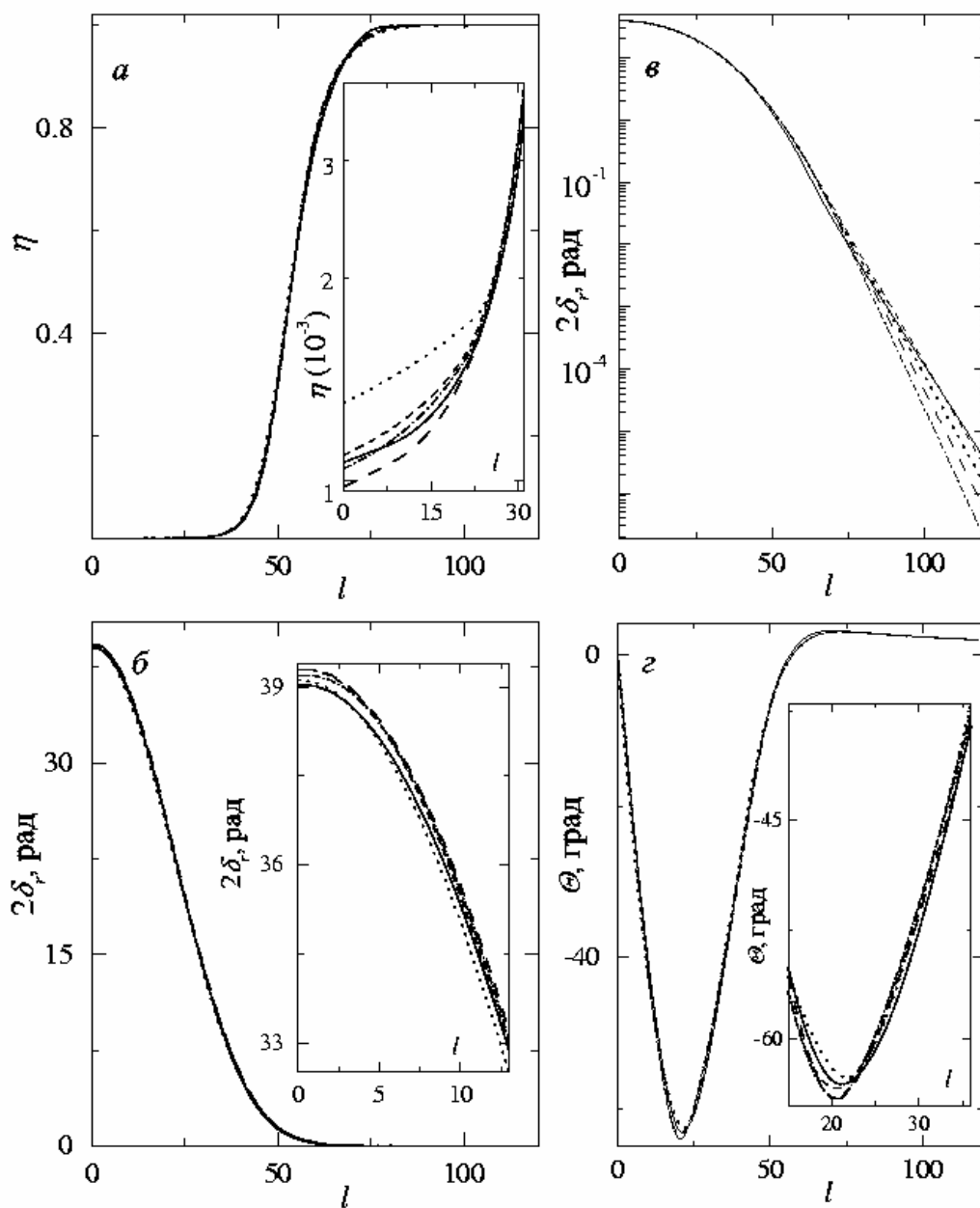


Рис. 3. То же, что и на рис. 1, но с использованием начальной S -матричной модели (6).

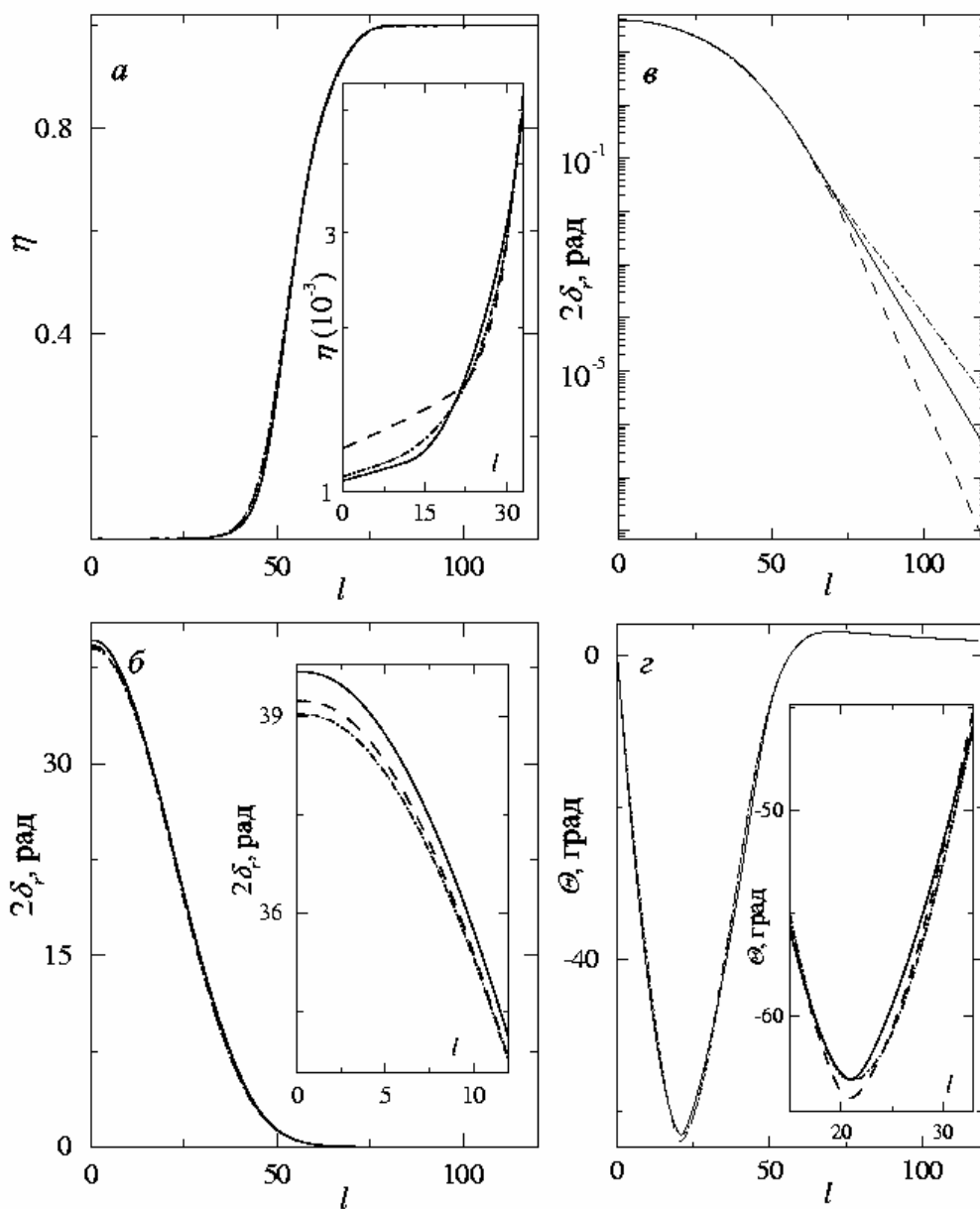


Рис. 4. Три лучших результата для $S(l)$, которым отвечают сплошные кривые на рис. 1 – 3. Обозначения те же, что и на рис. 1.

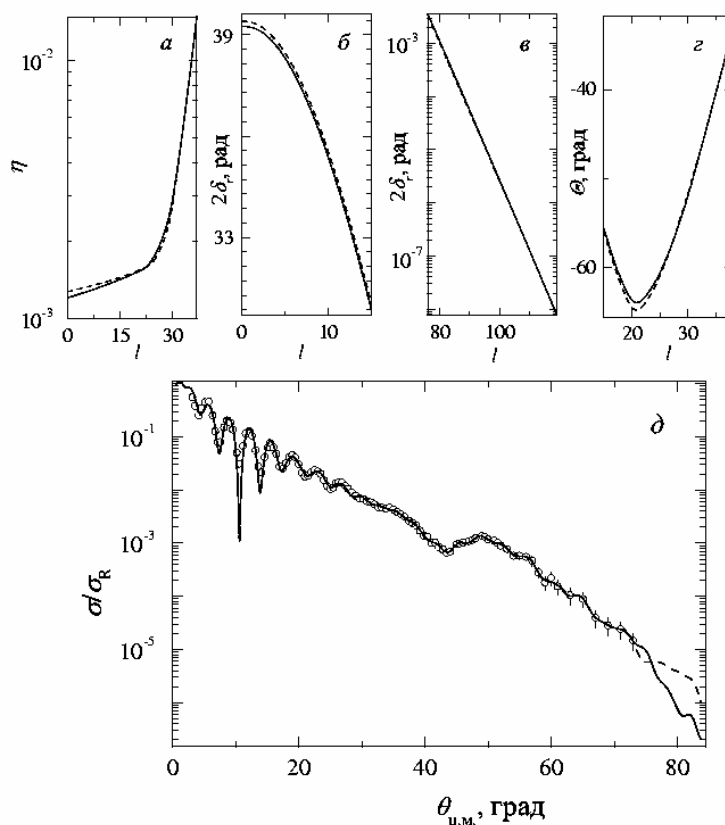


Рис. 5. Два варианта представления матрицы ^{16}O - ^{16}O -рассеяния при $E(^{16}\text{O}) = 350$ МэВ, полученные в результате применения основанной на ЭА процедуры с использованием начальной S -матричной модели (5) и рассчитанные на основе этих представлений дифференциальные сечения упругого рассеяния. Сплошные и штриховые кривые – результаты расчетов соответственно с учетом и без учета дополнительных фиктивных данных в области больших углов. a и b – соответственно модули матрицы рассеяния $\eta(l)$ и ядерные фазы $\delta_r(l)$ в области малых моментов; c – фазы $\delta_r(l)$ в области больших моментов; z – функции отклонения $\Theta(l)$ в окрестностях своих минимумов; d – отношения дифференциальных сечений к резерфордскому сечению. Точки – экспериментальные данные [28, 29]. Сплошные кривые на рис. a – c относятся к S -матрице, которой отвечают сплошные кривые на рис. 2 a – c .