УДК 539.142

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ЛЕГКИХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР. БЕЗМОДЕЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ ПОТЕНЦИАЛА ЯДРА С ПОМОЩЬЮ ЭВОЛЮЦИОННОГО АЛГОРИТМА

© В.Ю.Корда[1], А.Н.Водин[2] и Л.П.Корда[2]

[1]Институт электрофизики и радиационных технологий НАН Украины, Харьков, Украина

[2]ННЦ ”Харьковский физико-технический институт” НАН Украины, Харьков, Украина

Мы развиваем безмодельный подход на основе эволюционного алгоритма, который позволяет извлекать информацию о форме ядра непосредственно из экспериментальных данных. В рамках подхода, эволюционный алгоритм выводит формы аксиально симметричного одночастичного потенциала в соответствии с измеренными энергетическим спектром и другими характеристиками ядра.

Спектроскопические данные для легких ядер *2s1d* оболочки являются источником важной информации в том числе и о деформации формы поверхности ядра как в основном, так и возбужденных состояниях. К сожалению, параметры деформации ядра невозможно извлечь непосредственно из экспериментальных данных. Поэтому для получения такой информации традиционно используют различные модельные представления о форме атомного ядра и ее динамике при переходах между стационарными состояниями. Одним из наиболее популярных подходов является модель Нильссона [1], использующая аксиально симметричный осцилляторный одночастичный потенциал, потенциал спин-орбитального взаимодействия и специальный потенциал, пропорциональный квадрату орбитального момента индивидуального нуклона.

Гамильтониан, описывающий движение индивидуального нуклона в поле несферического осцилляторного остова аксиально симметричной формы, в подходе Нильссона имеет вид:

$$H = H_0 + C\left(\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}\right) + D\,\mathbf{l}^2, \tag{1}$$

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{m}{2}\left[\omega_\perp^2\left(x^2+y^2\right) + \omega_z^2 z^2\right], \tag{2}$$

где $m$ - масса нуклона, а частоты анизотропного осциллятора выбираются в форме:

$$\omega_\perp = \omega\left(1+\frac{1}{3}\varepsilon\right),\ \omega_z = \omega\left(1-\frac{2}{3}\varepsilon\right), \tag{3}$$

$\varepsilon$ - параметр деформации. Из условия не сжимаемости ядерной материи следует соотношение $\omega_\perp^2\omega_z = \omega^3 = const$, поэтому:

$$\omega = \omega(\varepsilon) = \omega_0\left(1-\frac{1}{3}\varepsilon^2 - \frac{2}{27}\varepsilon^3\right)^{-1/3}. \tag{4}$$

Далее гамильтониан $H_0$ разбивается на сферически симметричный член и часть, зависящую от деформации:

$$H_0 = \overset{\circ}{H} + H_\varepsilon, \tag{5}$$

$$\overset{\circ}{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega\left(-\Delta + r^2\right), \tag{6}$$

$$H_\varepsilon = \kappa\hbar\omega R(\varepsilon), \tag{7}$$

где

$$R(\varepsilon)=\eta(\varepsilon)U-2(\mathbf{l}\cdot\mathbf{s})-\mu\,\mathbf{l}^2, \tag{8}$$

и введены новые обозначения для весов спин-орбитального взаимодействия, члена, пропорционального квадрату орбитального момента и нового параметра деформации:

$$\kappa=-\frac{C}{2\hbar\omega}\ ,\ \mu=\frac{2D}{C}, \tag{9}$$

$$\eta(\varepsilon)=\frac{\varepsilon}{\kappa}\left(1-\frac{1}{3}\varepsilon^2-\frac{2}{27}\varepsilon^3\right)^{-1/3}. \tag{10}$$

Форма ядра отражена в операторе:

$$U=-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}\,r^2Y_{20}. \tag{11}$$

Решение задачи осуществляется в представлении функций сферически симметричного осциллятора, в котором выполняется численная диагонализация матрицы $R(\varepsilon)$. Соответствующее собственное значение энергии, определяемое главным квантовым числом $N$ и проекцией полного момента ядра на его ось симметрии $\Omega$, имеет вид:

$$E_{N\Omega}=\left(N+\frac{3}{2}\right)\hbar\omega\left(1-\frac{1}{3}\varepsilon^2-\frac{2}{27}\varepsilon^3\right)^{-1/3}+\kappa\hbar\omega r_{N\Omega}. \tag{12}$$

Полная энергия ядра, состоящего из $A$ нуклонов, есть сумма по всем занятым одночастичным орбиталям в заданном потенциале:

$$E = \frac{3}{4}\sum_{N\Omega} E_{N\Omega}\,. \tag{13}$$

Величины параметров, определяющих значения уровней энергии нуклонов, обычно выбирают следующими: $\hbar\omega \approx 41A^{-1/3}$, $\kappa = 0{,}05$, $\mu = 0\left(N = 0{,}1{,}2\right)$, $\mu = 0{,}35\left(N = 3\right)$.

Для того чтобы проанализировать способность модели Нильссона описывать спектры энергий и квантовые характеристики основных и одночастичных возбужденных состояний легких ядер, мы изучили несколько первых одночастичных уровней ядра $^{25}$Al. Результаты расчетов приведены в таблице 1 ($\varepsilon = \delta + \delta^2/6$). Обращает на себя внимание то, что как набор параметров, выбранный в работе Нильссона [1], так и набор параметров, полученный их оптимизацией, не позволяет описать квантовые характеристики измеренных уровней. Далее мы модифицировали формулу (8):

$$R\left(\varepsilon\right) = \eta\left(\varepsilon\right)\gamma U - 2\left(\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}\right), \tag{14}$$

где параметр $\gamma$ призван регулировать вклад от деформированной части гамильтониана в энергетический спектр. В таблице 2 приведены результаты расчетов для того же ядра. Видим, что согласие с экспериментом наблюдается не только для квантовых чисел, но и для величин энергии. Заметим при этом, что вес вклада от деформации сократился на 20%.

Для более глубокого анализа данного вопроса мы развиваем безмодельный подход на основе эволюционного алгоритма [2], который позволяет извлекать информацию о форме ядра непосредственно из экспериментальных данных без каких-либо модельных представлений. В рамках нашего подхода, эволюционный алгоритм генерирует различные формы аксиально симметричного одночастичного потенциала (заданные численным образом), рассчитывает энергетические спектры ядер, их квантовые характеристики, вероятности электромагнитных переходов между уровнями и т. д., и отбирает те потенциалы, которые наиболее успешно воспроизводят экспериментальные данные.

Рассмотрим одномерное нерелятивистское уравнение Шредингера:

$$\psi''(x)+2\left[E-V(x)\right]\psi(x)=0, \tag{15}$$

где для простоты положено $m=1$ и $\hbar=1$. Для осцилляторного потенциала

$$V(x)=\frac{1}{2}x^2, \tag{16}$$

энергетический спектр имеет вид:

$$E=\left(n+\frac{1}{2}\right),\ n=0,1,2,... \tag{17}$$

Наша задача заключается в том, чтобы по заданному энергетическому спектру (17) восстановить потенциал (16). На рисунке 1 показаны потенциалы, извлеченные из спектра (17) для $n=0,1,2,...,9$ с помощью нескольких независимых исполнений нашего алгоритма.

Видим, что в области энергий, где известен спектр гамильтониана задачи, алгоритм с хорошей точностью воспроизводит форму осцилляторного потенциала (16). В то же время, в остальной области алгоритм оказывается не в состоянии делать разумный прогноз. Для уточнения формы потенциала в этой области необходимо учесть дополнительные данные, связанные с деталями поведения волновых функций (например, вероятности переходов между уровнями).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nilsson S.G.* //Kgl. Danske Videnskab. Selkab. Mat.-fys. Medd. 1955. V. 26. No. 16.

2. *Korda V.Yu., Molev A.S., Korda L.P.* // Phys. Rev. C. 2005. V. 72. 014611.

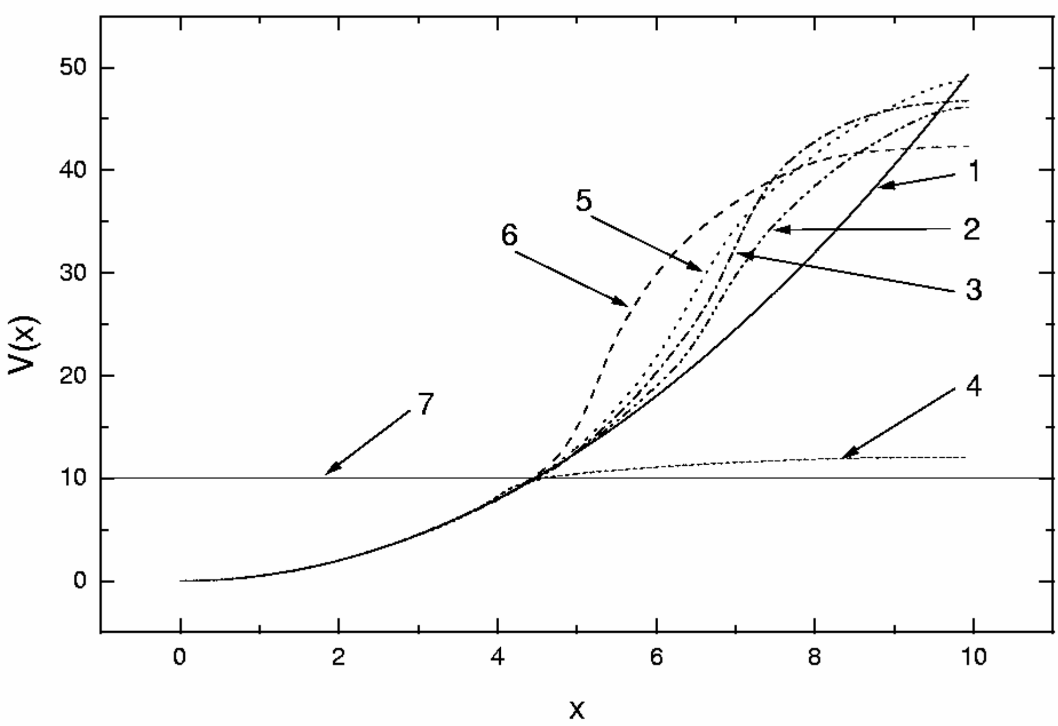


**Рис. 1.** Потенциалы, извлекаемые из спектра одномерного гармонического осциллятора. Кривая *1* – осцилляторный потенциал, кривые *2*–*6* – потенциалы, рассчитанные с помощью пяти независимых исполнений эволюционного алгоритма для заданного энергетического спектра, ограниченного сверху (линия *7*).

Таблица 1. Низколежащие уровни ядра $^{25}Al$ и результаты их анализа в модели Нильссона ($\varepsilon = \delta + \delta^2/6$).

| $E_{эксп}\left(\Omega^P\right)$ МэВ | $E_{теор}\left(\Omega^P\right)$ МэВ $(\kappa,\mu) \to$ Нильссон | $\delta$ | $E_{теор}\left(\Omega^P\right)$ МэВ $(\kappa,\mu) \to$ свободные | $\delta$ |
|---|---|---|---|---|
| $0,000\left(5/2^+\right)$ | $0,000\left(1/2^+\right)$ | 0,35 | $0,000\left(3/2^-\right)$ | 0,40 |
| $0,451\left(1/2^+\right)$ | $1,020\left(1/2^-\right)$ | 0,40 | $0,390\left(5/2^-\right)$ | 0,40 |
| $2,485\left(1/2^+\right)$ | $2,307\left(5/2^+\right)$ | 0,35 | $2,485\left(5/2^+\right)$ | 0,40 |
| $4,196\left(3/2^+\right)$ | $3,444\left(1/2^+\right)$ | 0,30 | $4,366\left(7/2^-\right)$ | 0,40 |

Таблица 2. То же, что и в табл. 1, но для расчетов в модели Нильссона с варьируемым весом вклада от деформации.

| $E_{эксп}\left(\Omega^{P}\right)$ МэВ | $E_{теор}\left(\Omega^{P}\right)$ МэВ $(\kappa,\mu)\rightarrow$свободные | $\delta$ | $\kappa=0,08$ $\gamma=0,8$ |
|---|---|---|---|
| $0,000\left(5/2^{+}\right)$ | $0,000\left(5/2^{+}\right)$ | 0,20 | |
| $0,451\left(1/2^{+}\right)$ | $0,451\left(1/2^{+}\right)$ | 0,25 | |
| $2,485\left(1/2^{+}\right)$ | $2,796\left(1/2^{+}\right)$ | 0,25 | |
| $4,196\left(3/2^{+}\right)$ | $4,196\left(3/2^{+}\right)$ | 0,20 | |